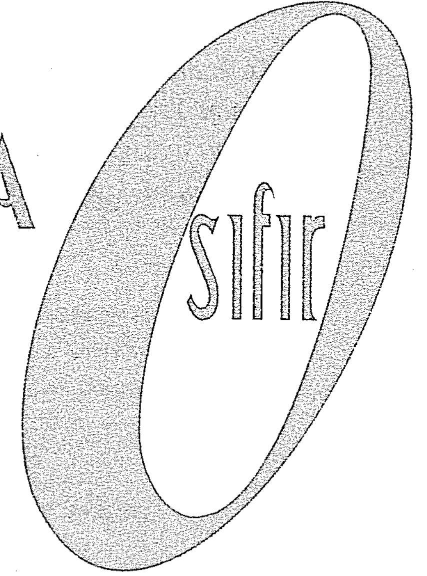
"logaritma"m sıfır diyenlere

"logaritma"ya sıfırdan başlamak isteyenlere

LOGARİTMA



Serdar GENÇER



KAREKÖK

köşetaşı

1) $2^{a+3} = 32$ **olduğuna göre a yı bulunuz.**

2) $(y+1)^3 = 125$ **olduğuna göre y yi bulunuz.**

3) $4^z = 20$ **olduğuna göre z nin değer aralığını bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Logaritma, üslü sayılarla doğrudan ilişkilidir. Bundan dolayı konuya üslü sayılardan bazı alıştırmalarla başlıyoruz.

1) $2^{a+3} = 32 \Rightarrow 2^{a+3} = 2^5 \Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$

2) $(y+1)^3 = 125 \Rightarrow (y+1)^3 = 5^3 \Rightarrow y + 1 = 5 \Rightarrow y = 4$

3) $4^z = 20$ eşitliğinde 20 yi 4 ün bir tam sayı kuvveti olarak yazamadığımızdan mevcut matematik bilgilerimizle z yi bulamayız. Fakat z nin hangi iki reel sayı arasında olduğunu bulabiliriz.

Bunun için 20 yi 4 ün kuvvetleri arasında yazmalıyız.

$4^2 = 16$ ve $4^3 = 64$ olduğundan $4^2 < 20 = 4^z < 4^3 \Rightarrow 2 < z < 3$

1. $5^{x-1} = 25$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $3^{x+y+2} = 81$

olduğuna göre, 4^{4-x-y} **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 1 B) 4 C) 16 D) 64 E) 256

3. $3^m = 100$

olduğuna göre, m sayısı aşağıdaki reel sayı aralıklarından hangisindedir?

A) (1, 2) B) (2, 3) C) (3, 4) D) (4, 5) E) (5, 6)

4. $x^2 = 96$

olduğuna göre, x için aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisi doğrudur?

A) $6 < x < 7$ B) $7 < x < 8$ C) $8 < x < 9$ D) $9 < x < 10$ E) $10 < x < 11$

karekök

B | C | D | D

köşetaşı

$5^{x-1} = 20$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_5 20$ B) $\log_{20} 5$ C) $\log_5 10$ D) $\log_5 100$ E) $\log 100$

açıklamalı çözüm

Logaritma Fonksiyonu ve Logaritma İşleminin Tanımı

Bir önceki köşetaşında $4^z = 20$ eşitliğini sağlayan z değerini logaritmadan önceki mevcut matematik bilgilerimizle bulamayacağımızı söylemiştik. Sadece z nin hangi iki reel sayı arasında olduğu hakkında yorum yapabilmiştik. Artık z nin değerini bulabileceğimiz yeni bir işlem tanımlayacağız.

$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$ (y nin a tabanına göre logaritması x tir.)

a ve y belirli iken x'i bulma işlemine logaritma işlemi denir.

Örneğin, $4^z = 20 \Rightarrow z = \log_4 20$ (20 nin 4 tabanına göre logaritması z dir)

$2^m = 5 \Rightarrow m = \log_2 5$ (5 in 2 tabanına göre logaritması m dir)

Köşetaşının Çözümü:

$5^{x-1} = 20 \Rightarrow 5^x \cdot 5^{-1} = 20 \Rightarrow 5^x \cdot \frac{1}{5} = 20 \Rightarrow 5^x = 100 \Rightarrow x = \log_5 100$

1. $6^p = 12$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_{12} 6$ B) $\log_6 12$ C) $\log_6 2$ D) 2 E) $\frac{1}{2}$

2. "5 sayısının hangi kuvveti 2 dir?"

sorusunun cevabı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) 5^2 B) 2^5 C) $\log_5 2$ D) $\log_2 5$ E) 10

3. $\log_3 24$ **ifadesi aşağıda verilen sorulardan hangisinin cevabıdır?**

A) 24 sayısının hangi kuvveti 3 tür?

B) 24 sayısının hangi kuvveti 8 dir?

C) 3 sayısının hangi kuvveti 8 dir?

D) 3 sayısının hangi kuvveti 24 tür?

E) 3 sayısını kaçla çarparsak 24 eder?

4. $2^{-2-x} = 5$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_5 \frac{1}{4}$ B) $\log_2 \frac{1}{25}$ C) $\log_{\frac{1}{2}} 20$ D) $\log_{\frac{1}{2}} 25$ E) $\log_{\frac{1}{5}} 10$

karekök

B | C | D | C

köşetaşı

$a = \log_2 64$ ve $\log_{\sqrt{3}} b = 4$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$\log_2 64 = a \Rightarrow 2^a = 64 \Rightarrow 2^a = 2^6 \Rightarrow a = 6$

$\log_{\sqrt{3}} b = 4 \Rightarrow (\sqrt{3})^4 = b \Rightarrow b = 9$

$a + b = 6 + 9 = 15$

BİR SORU DAHA

$a = \log_{10} 0,1$

$b = \log_{10} 0,01$

olduğuna göre, a + b toplamını bulunuz.

$\log_{10} 0,1 = a \Rightarrow 10^a = 0,1$

$\Rightarrow 10^a = 10^{-1} \Rightarrow a = -1$

$\log_{10} 0,01 = b \Rightarrow 10^b = 0,01$

$\Rightarrow 10^b = 10^{-2} \Rightarrow b = -2$

$a + b = -1 + (-2) = -3$ bulunur.

1. Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $5^x = 10 \Leftrightarrow x = \log_5 10$

B) $2^{x+1} = 20 \Leftrightarrow x = \log_2 10$

C) $\log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 2^4$

D) $\log_x 3 = 5 \Leftrightarrow x = 3^5$

E) $\log_2 16 = x \Rightarrow x = 4$

2. $\log_6 36 + \log_{\frac{1}{5}} 25$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\log_x 64 = 3$

$\log_{\frac{1}{2}} 16 = y$

$\log_z 0,25 = -2$

olduğuna göre, x·y·z çarpımının sonucu kaçtır?

A) –32 B) –16 C) 0 D) 16 E) 32

4. $\log_a 16 = 2,\ \log_b 8 = 3,\ \log_c 3 = 2$

olduğuna göre, $\frac{a^3 \cdot c^4}{b^4}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 64 B) 36 C) 25 D) 18 E) 9

karekök

D | C | A | B

köşetaşı

$\log_3 m = 2$ olduğuna göre,

$\log_m 9 + \log_m 1$

toplamının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında logaritma için önemli olan iki sorunun cevabını öğreneceğiz. Soruları gördükten sonra bu muydu diyeceksiniz belki ama logaritma konusu için önemli olduğundan ayrı bir köşetaşında anlatarak vurgulamak istedik.

1) 5 sayısının 5 tabanındaki logaritması x olduğuna göre, x kaçtır?

$\log_5 5 = x \Rightarrow 5^x = 5^1 \Rightarrow x = 1$

2) 1 sayısının 6 tabanındaki logaritması x olduğuna göre, x kaçtır?

$\log_6 1 = x \Rightarrow 6^x = 1 \Rightarrow 6^x = 6^0 \Rightarrow x = 0$

O halde;

$\log_a a = 1$ ve $\log_a 1 = 0$

Köşetaşının Çözümü:

$\log_3 m = 2 \Rightarrow 3^2 = m \Rightarrow m = 9$

$\log_m 9 + \log_m 1 = \log_9 9 + \log_9 1 = 1 + 0 = 1$

1. $\log_2 2 + \log_3 1$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

2. $\log_6 x = 1$

$\log_7 y = 0$

olduğuna göre, x·y çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) 6 C) 21 D) 13 E) 42

3. $\log_x y = 0$ ifadesinde x iki basamaklı bir doğal sayıdır.

Buna göre, x + y nin alabileceği en büyük değer aşağıdakilerden hangisidir?

A) 11 B) 50 C) 98 D) 100 E) 198

4. $\log_3 a = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\log_{\sqrt{3}} a + \log_a \sqrt{3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) 1

karekök

B | B | D | B

köşetaşı

1) $\log 10 = x$ ve $\log 1 = y$ olduğuna göre, $x + y$ toplamını bulunuz.
2) $\log a = 2$ ve $\log b = 1$ olduğuna göre, $a + b$ toplamını bulunuz.
3) $\log(\log 10) + \log_2(\log 100)$ toplamını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bayağı Logaritma

Tabanı 10 olan logaritmaya "bayağı logaritma" denir.

$\log_{10}x = \log x$ şeklinde gösterilir.

Bayağı logaritmanın (tabanı 10 olan logaritma) tabanını yazmamıza gerek yoktur. Örneğin, log5 ifadesini gördüğümüzde $\log_{10}5$ i düşünmelisiniz.

1) $\log 10 = x \Rightarrow \log_{10}10 = x \Rightarrow x = 1$ dir.
   $\log 1 = y \Rightarrow \log_{10}1 = y \Rightarrow 10^y = 1 \Rightarrow y = 0$ dır.
   $x + y = 1 + 0 = 1$ bulunur.
2) $\log a = 2 \Rightarrow \log_{10}a = 2 \Rightarrow 10^2 = a \Rightarrow a = 100$ dür.
   $\log b = 1 \Rightarrow \log_{10}b = 1 \Rightarrow b = 10$ dur.
   $a + b = 100 + 10 = 110$ bulunur.
3) $\log(\log 10) = \log(\log_{10}10) = \log 1 = 0$ dır.
   $\log_2(\log 100) = \log_2(\log_{10}100) = \log_2 2 = 1$ dir.
   $\log(\log 10) + \log_2(\log 100) = 0 + 1 = 1$ bulunur.

DEĞİL Mİ?

$\log 1 = \log_{10}1 = 0$
$\log 10 = \log_{10}10 = 1$
$\log 100 = \log_{10}100 = 2$
.
.
.
$\log 10^n = \log_{10}10^n = n$

1. $\log 1 + \log 10 + \log 100$
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\log 6 = \log_{10}6$ dır.
B) $\log 10 = \log_3 3$ tür.
C) $\log 100 = \log_2 4$ dır.
D) $\log 10^5 = \log_2 64$ dır.
E) $\log 0,1 = \log_3 \frac{1}{3}$ dır.

3. $\log_3(\log 1000) + \log_5(\log 10)$
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

karekök

4. $\log_{\frac{1}{4}} x = \log(0,01)$
olduğuna göre x kaçtır?

A) 16 B) 4 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{16}$

D D B A

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

1) $\ln e$ 2) $\ln\frac{1}{e}$ 3) $\ln(\log 10)$ 4) $\log(\ln e)$

açıklamalı çözüm

Doğal Logaritma

Tabanı e olan logaritmaya "doğal logaritma" denir.

$\log_e x = \ln x$ şeklinde gösterilir.

Örneğin $\log_e 5 = \ln 5$ tir.

1) $\ln e = \log_e e = 1$ dir.
2) $\ln\frac{1}{e} = x \Rightarrow \log_e\frac{1}{e} = x \Rightarrow e^x = \frac{1}{e}$
   $\Rightarrow e^x = e^{-1} \Rightarrow x = -1$ dir.
3) $\ln(\log 10) = \ln 1 = \log_e 1 = 0$ dır.
4) $\log(\ln e) = \log 1 = 0$ dır.

e SAYISI

π gibi özel sayılardan biri de e sayısıdır. Bu sayıyı Euler'in bulduğu kabul edildiğinden anısına "Euler sayısı" denir ve e harfiyle gösterilir.

$x \in R$ olmak üzere, x in alacağı çok büyük ve çok küçük değerler için,

$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ ifadesi 2,71828182845... sayısına yaklaşmaktadır.

Bu değere e denmiştir.

e = 2,71828182845 ... irrasyonel sayıdır.

1. $\ln(x + y - 2) = \log_e(y - 5)$
olduğuna göre, x kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $\ln e^2 + \log 10^2$
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\log_3(\ln e)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

karekök

4. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\log 30 = \log_{10}30$
B) $\ln 8 = \log_e 8$
C) $\ln(\log_2 2) = 0$
D) $\ln(\ln e^{10}) = 0$
E) $\log 10 + \ln e = 2$

A D C D

köşetaşı

1) **$\log_3(\log_2(2x - 4)) = 1$ olduğuna göre, x i bulunuz.**

2) **$\log_2(8 \cdot 2^{x+2}) = 3x - 5$ olduğuna göre, x i bulunuz.**

3) **$\ln(\log(2x + 8)) = 0$ olduğuna göre, x i bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1) $\log_3(\log_2(2x - 4)) = 1 \Rightarrow \log_2(2x - 4) = 3^1$

$\Rightarrow 2x - 4 = 2^3 \Rightarrow 2x - 4 = 8 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$

2) $\log_2(8 \cdot 2^{x+2}) = 3x - 5 \Rightarrow 8 \cdot 2^{x+2} = 2^{3x-5}$

$\Rightarrow 2^3 \cdot 2^{x+2} = 2^{3x-5}$

$\Rightarrow 2^{x+5} = 2^{3x-5} \Rightarrow x + 5 = 3x - 5 \Rightarrow 10 = 2x \Rightarrow x = 5$

3) $\ln(\log(2x + 8)) = 0 \Rightarrow \log_e(\log(2x + 8)) = 0$

$\Rightarrow \log(2x + 8) = e^0 \Rightarrow \log_{10}(2x + 8) = 1$

$\Rightarrow 2x + 8 = 10 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

1. $\log_5(\log_2(x + 2)) = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

2. $\log_3(27 \cdot 3^x) = 2x - 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\log_2(\log_3(5x + 11)) = 2$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4. $\log_{\frac{1}{3}}(1 - \log_2 x) = -1$

olduğuna göre, $\frac{1}{x^2}$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 9 C) 12 D) 16 E) 27

karekök

E | C | D | D

köşetaşı

$f(x) = \log_{(x-1)}(25 - x^2)$

fonksiyonunun tanımlı olduğu kaç farklı tam sayı değeri vardır?

açıklamalı çözüm

Logaritma Fonksiyonunun Tanım Kümesi

$f(x) = \log_{u(x)}h(x)$ fonksiyonunun tanımlı olması için

$u(x) > 0$, $u(x) \neq 1$ ve $h(x) > 0$ olmalıdır.

Buna göre,

$f(x) = \log_{(x-1)}(25 - x^2)$ fonksiyonunun tanımlı olması için

$x - 1 > 0$, $x - 1 \neq 1$ ($x \neq 2$) ve $25 - x^2 > 0$ olmalıdır.

$\left.\begin{array}{r}(5 - x)(5 + x) > 0 \\ x - 1 > 0\end{array}\right\}$ eşitsizlik sistemi çözülürse

x		−5		1		5	
(5 − x)(5 + x)	−	0	+		+	0	−
x − 1	−		−	0	+		+
SİSTEM				//////			

Tabloda görüldüğü gibi fonksiyonu tanımlı yapan (1, 5) tir.

Fakat x = 2 tabanı 1 yaptığından çözüm kümesine alınmaz.

Fonksiyonu tanımlı yapan tam sayılar 3 ve 4 olmak üzere 2 tanedir.

BİR SORU DAHA

$f(x) = \dfrac{1}{2 - \log_3(x^2 + 5)}$

fonkisyonunu tanımsız yapan x tam sayılarının çarpımı kaçtır?

Burada yalnız paydanın 0 olması halinde ifade tanımsız olur.

$2 - \log_3(x^2 + 5) = 0 \Rightarrow$

$\log_3(x^2 + 5) = 2 \Rightarrow$

$x^2 + 5 = 9 \Rightarrow x = 2$ *ve* $x = -2$ *dir.*

Çarpımları $2 \cdot (-2) = -4$ *olur.*

1. $f(x) = \log_2(x + 2) - 2\log(2 - x)$

fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş reel sayı aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(-2, 2)$ D) $(-2, \infty)$ E) $(2, \infty)$

2. $f(x) = \log_{(x-2)}(5 - x)$

fonksiyonunun tanımlı olduğu kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $f(x) = \log_{(x+2)}(-x^2 - x + 2)$

fonksiyonunu tanımlı yapan x tam sayısı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $f(x) = \log_{(x-4)}\sqrt{|x - 2| - 4}$

fonksiyonunu tanımlı yapan <u>en küçük</u> x tam sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök

C | B | A | D

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların terslerini bulunuz.

1) $f(x) = \log_3(x-2)$　**2)** $g(x) = \ln x + 2$　**3)** $h(x) = 3\log_2 x + 5$

açıklamalı çözüm

Logaritma Fonksiyonunun tersi

Logaritma fonksiyonunun tersi üstel fonksiyondur.

Fonksiyonun tersi bulunurken x yalnız bırakılır ve sonra x yerine y, y yerine x yazılır.

1) $f(x) = \log_3(x-2) \Rightarrow y = \log_3(x-2) \Rightarrow 3^y = x - 2$

$\Rightarrow x = 3^y + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^x + 2$ olur.

2) $g(x) = \ln x + 2 \Rightarrow y = \ln x + 2 \Rightarrow y - 2 = \log_e x \Rightarrow x = e^{y-2}$

$\Rightarrow g^{-1}(x) = e^{x-2}$ olur.

3) $h(x) = 3\log_2 x + 5 \Rightarrow y = 3\log_2 x + 5 \Rightarrow y - 5 = 3\log_2 x$

$\Rightarrow \log_2 x = \frac{y-5}{3} \Rightarrow x = 2^{\frac{y-5}{3}}$

$\Rightarrow h^{-1}(x) = 2^{\frac{x-5}{3}}$ olur.

1. $f(x) = \log_5(x+1)$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^5 + 1$　B) $x^5 - 1$　C) $5^x + 1$

D) $5^x - 1$　E) 5^{x+1}

2. $f(x) = \log(x-10)$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^{10} - 10$　B) $x^{10} + 10$　C) $10^x + 10$

D) $10^x - 10$　E) 10^{x+10}

3. $f(x) = 4\log_2(x-3) + 1$

olduğuna göre, $f^{-1}(9)$ değeri kaçtır?

A) 9　B) 8　C) 7　D) 6　E) 5

4. $f(x) = \ln(4x^2)$

$g(x) = \ln(2x)$

olduğuna göre, $(fog^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{2x}　B) e^x　C) 2x　D) 2　E) e^2

karekök

D	C	C	C

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların terslerini bulunuz.

1) $f(x) = 3^x$　**2)** $g(x) = 5^x - 1$　**3)** $h(x) = e^{-x+1} - 3$

açıklamalı çözüm

Üstel Fonksiyonun Tersi

Üstel fonksiyonun tersi de logaritma fonksiyonudur.

1) $f(x) = 3^x \Rightarrow y = 3^x \Rightarrow x = \log_3 y \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_3 x$ olur.

2) $g(x) = 5^x - 1 \Rightarrow y = 5^x - 1 \Rightarrow y + 1 = 5^x \Rightarrow x = \log_5(y+1) \Rightarrow g^{-1}(x) = \log_5(x+1)$

3) $h(x) = e^{-x+1} - 3 \Rightarrow y = e^{-x+1} - 3 \Rightarrow y + 3 = e^{-x+1} \Rightarrow -x + 1 = \log_e(y+3)$

$\Rightarrow -x = -1 + \log_e(y+3)$

$\Rightarrow x = 1 - \ln(y+3)$

$\Rightarrow h^{-1}(x) = 1 - \ln(x+3)$ olur.

1. $f(x) = 4^x + 3$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_3(x-4)$　B) $-3 + \log_4 x$

C) $\log_4(x-3)$　D) $3 + \log_4 x$

E) $\log_4(x+3)$

2. $f(x) = 2 \cdot 6^{x+1}$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + \log_6 \frac{x}{2}$　B) $-\frac{1}{2} + \log_6 x$　C) $-\frac{x}{2} + \log_6 x$

D) $1 + \log_3 x$　E) $\log_3 \frac{x+1}{2}$

3. $f(x) = 3 + 10^{x-2}$

olduğuna göre, $f^{-1}(103)$ değeri kaçtır?

A) 3　B) 4　C) 5　D) 6　E) 7

4. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için,

$f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x}$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$　B) $\ln\left(\frac{x+2}{2}\right)$　C) $2 \cdot \ln(x-1)$

D) $-\ln\left(\frac{x-1}{2}\right)$　E) $\ln(2x-1)$

karekök

C	A	B	D

köşetaşı

f: R → R^+, g: R → R^+, f(x) = 2x ve $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

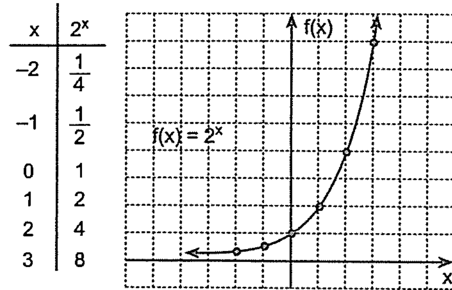
fonksiyonlarının değişimini inceleyip grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

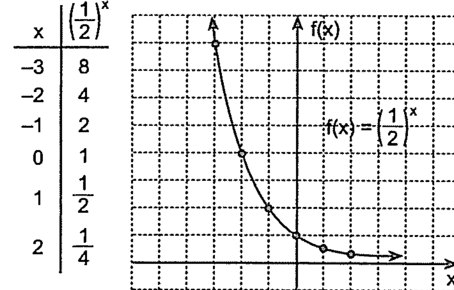
Üstel Fonksiyonların Grafiği

a ∈ R^+ – {1} ve x ∈ R olmak üzere, f: R → R^+, f(x) = a^x fonksiyonuna "üstel fonksiyon" denir.

f: R → R^+, g: R → R^+ olmak üzere f(x) = 2^x ve $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonlarının grafikleri x değişkenine verilen farklı değerler yardımıyla çizilir.



x	2^x
–2	$\frac{1}{4}$
–1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

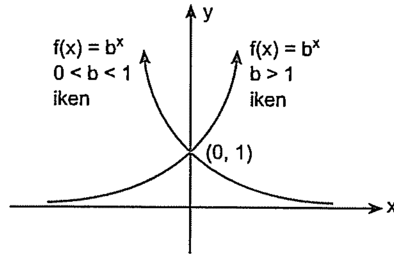


x	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$
–3	8
–2	4
–1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$

Not: a > 1 ise f(x) = a^x fonksiyonu artandır.

Not: 0 < a < 1 ise f(x) = a^x fonksiyonu azalandır.

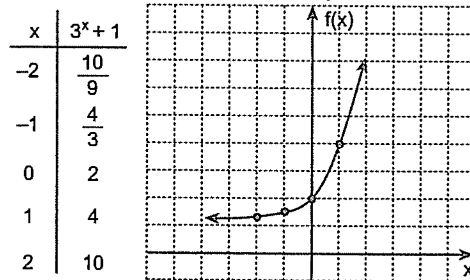
Sonuç olarak;



Üstel fonksiyonların grafikleri genel olarak yanda verilen eğrilerdir. Grafiğin hangisi olduğunu da üstel fonksiyonun tabanı belirler.

Bir Soru Daha

f(x) = 3^x + 1 fonksiyonunun grafiğini çizelim.

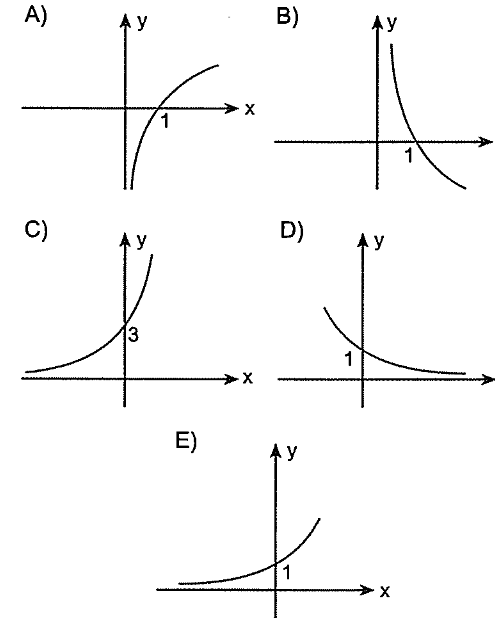


x	3^x+1
–2	$\frac{10}{9}$
–1	$\frac{4}{3}$
0	2
1	4
2	10

- f(x) = 3^x + 1 fonksiyonunun grafiği 3^x in grafiğinin 1 br yukarı ötelenmiş halidir.
- f(x) = 3^x + 1 fonksiyonunda 3 > 1 olduğundan fonksiyon artandır.

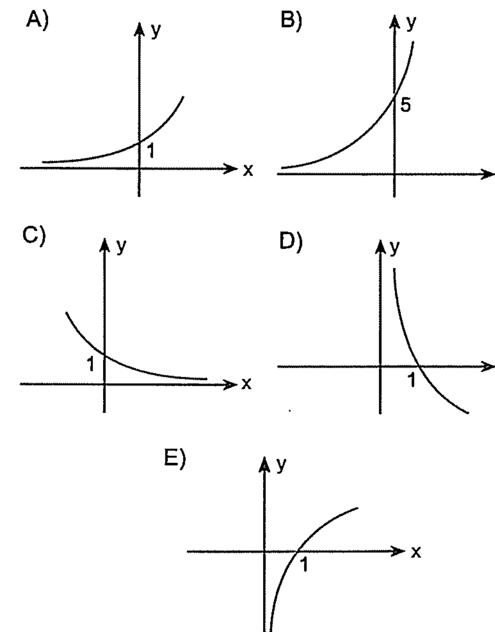
1. f(x) = 3^x

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



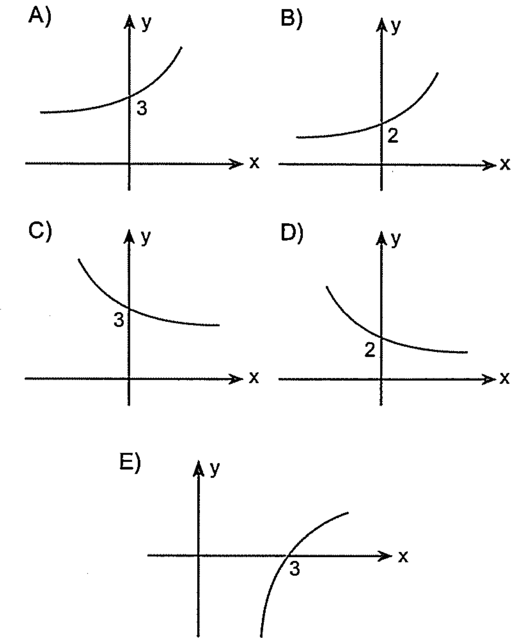
2. $f(x)=\frac{1}{5^x}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

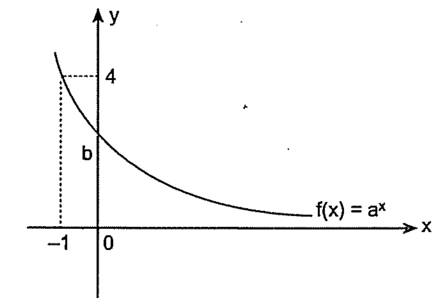


3. f(x) = e^x + 2

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4.



Yukarıdaki şekilde, f(x) = a^x fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

karekök

E C A E

köşetaşı

1) $f(x) = \log_3 x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

Logaritma Fonksiyonunun Grafiği

Logaritma fonksiyonunu çizerken takip etmemiz gereken üç adım vardır.

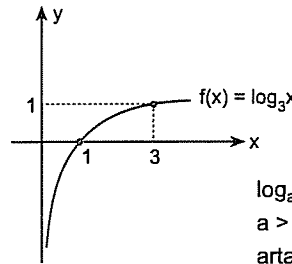
i) Fonksiyonun tanım kümesi belirlenir.

ii) $y = f(x)$ yerine 0 yazılarak x eksenini kestiği nokta belirlenir.

iii) x yerine 0 yazılarak y eksenini kestiği nokta belirlenir.

1) $f(x) = \log_3 x$ fonksiyonunun;

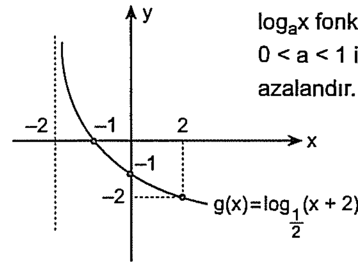
Tanım kümesi	x eksenini kestiği nokta	y eksenini kestiği nokta
$x > 0$	$0 = \log_3 x$ $x = 1$	$x = 0$ olamadığından y eksenini kesmez



$\log_a x$ fonksiyonunda $a > 0$ ise fonksiyon artandır.

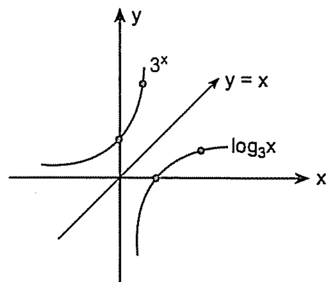
2) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ fonksiyonunun;

Tanım kümesi	x eksenini kestiği nokta	y eksenini kestiği nokta
$x + 2 > 0$ $x > -2$	$0 = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ $x = -1$	$y = \log_{\frac{1}{2}}(0+2)$ $y = -1$



$\log_a x$ fonksiyonunda $0 < a < 1$ ise fonksiyon azalandır.

Fark Ettin mi?



- $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x) = \log_3 x$ tir.

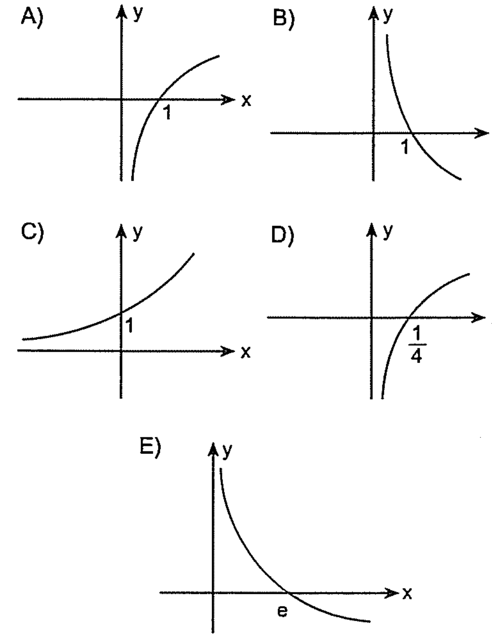
  Bundan dolayı $y = 3^x$ ve $y = \log_3 x$ fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetriktir.

- $y = a^x$ ve $y = \log_a x$ fonksiyonları $a > 0$ için artan fonksiyondur.

  $y = a^x$ ve $y = \log_a x$ fonksiyonları $0 < a < 1$ için azalan fonksiyondur.

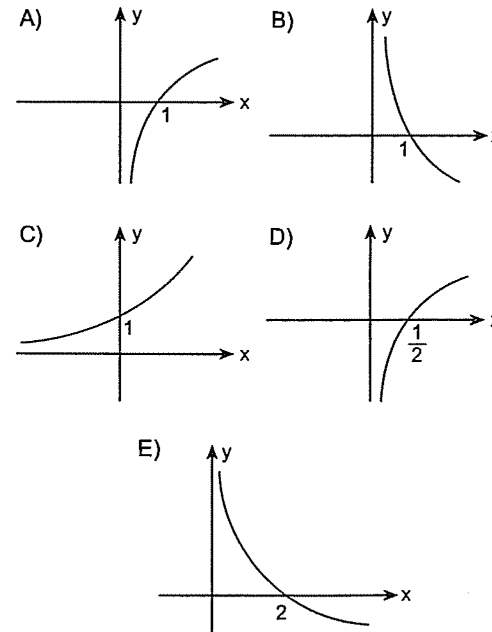
1. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



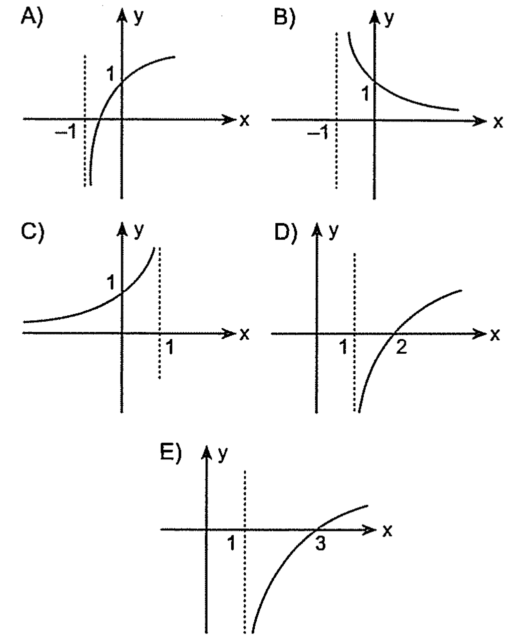
2. $f(x) = \ln x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

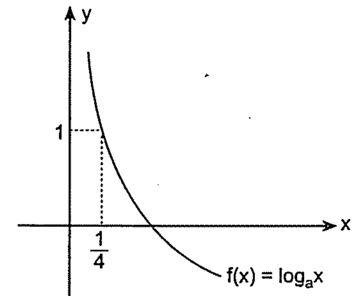


3. $f(x) = \log_3(x-1)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4.



Yukarıda $f(x) = \log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(16) kaçtır?

A) −3 B) $-\frac{5}{2}$ C) −2 D) $-\frac{3}{2}$ E) −1

karekök

B | A | D | C

1. $4^{m+1} = 64$

olduğuna göre, 3^{m+2} ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

2. $5^{x+1} = 50$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_5 50$ B) $\log_5 10$ C) $\log_{10} 5$ D) $\log_{10} 50$ E) $\log_5 100$

3. $\log_4 64 + \log_{\frac{1}{3}} 9$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\log_5 5 + \log_{12} m = 1$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 12 B) 6 C) 4 D) 3 E) 1

5. $\log_2 x = \log 100$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

6. $\log_4(\ln e) + \ln e^4$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\log_2(2 \cdot \log_5(5 \cdot \log_3(x+1))) = 1$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 2 B) 8 C) 26 D) 80 E) 242

8. $f(x) = \log_{(x+3)}(2-x)$

fonksiyonunu tanımlı yapan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $f(x) = \ln(x+1)$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x + 1$ B) $e^x - 1$ C) $1 - e^x$ D) e^{x+1} E) e^{x-1}

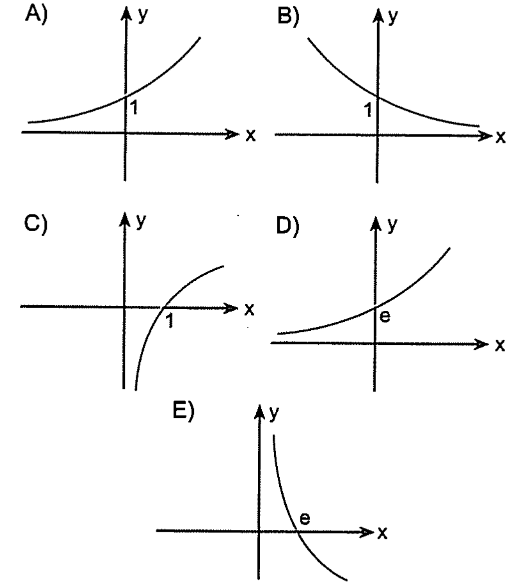
10. $f(x) = 2^x + 3$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

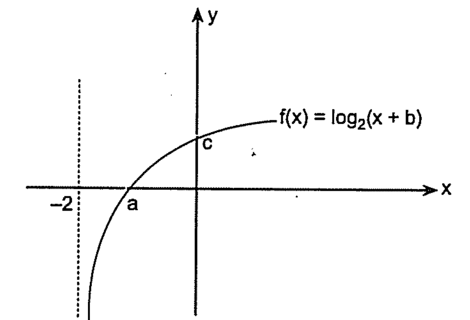
A) $\log_3(x-2)$ B) $\log_3 x - 3$ C) $\log_2(x-3)$ D) $\log_2 x + 3$ E) $\log_2(x+3)$

11. $f(x) = e^x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?



12.



Yukarıdaki grafikte x eksenini (a, 0) ve y eksenini (0, c) noktasında kesen $f(x) = \log_2(x+b)$ fonksiyonu gösteriliyor.

Buna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 E 2 B 3 A 4 E 5 C 6 D 7 A 8 C 9 B 10 C 11 A 12 A

1. $f(x) = 5^{x+1}$

olduğuna göre, f(–1) + f(1) toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 16 D) 21 E) 26

2. Aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyon <u>değildir</u>?

A) $f(x) = 2^x$ B) $f(x) = 3^{-x}$

C) $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ D) $f(x) = (-5)^x$

E) $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

3. $3^x = 5$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_5 3$ B) $\log_5 2$ C) $\log_3 5$

D) $\log_3 2$ E) $\log_2 3$

4. $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\log_4 5 = x$

olduğuna göre, 4^{x+1} değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 9 D) 16 E) 20

6. $\log_4(x + 2) = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\log_2(0{,}25) = n$

$\log_{25}(2m - 3) = \frac{1}{2}$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

8. $\log_2[2 + \log_3(x + 1)] = 2$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $\log_4(4\log_3(3\log x)) = 1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 10 D) 25 E) 100

karekök

10. $\log_5(2x + 7) = \log_5(3x + 2)$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\ln(x + 2) = 1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) e + 2 B) e + 1 C) e

D) e – 1 E) e – 2

12. $f(x) = \log_x(10 - 2x)$

fonksiyonunun tanım kümesindeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. f: (–2, ∞) → R olmak üzere,

$f(x) = \log_5(x + 2)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^x - 5$ B) $2^x + 5$

C) $5^x - 2$ D) $5^x + 2$

E) 5^{x+2}

14. $f(x) = \log_{(x-1)}\frac{x}{x+4}$

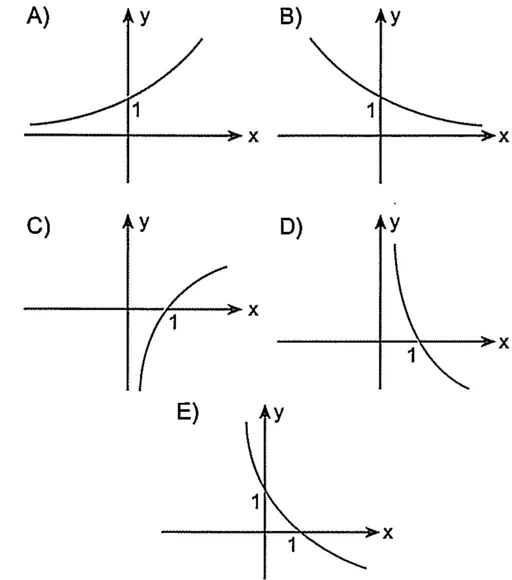
olduğuna göre, x kaçtır?

A) (–∞, 1) B) (1, ∞) C) (2, ∞)

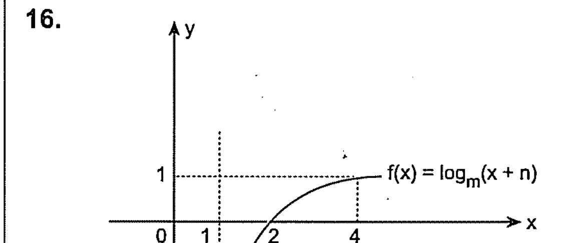
D) R – {2} E) (1, ∞) – {2}

15. $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



16.



Yukarıdaki şekilde, $f(x) = \log_m(x + n)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

1 E 2 D 3 C 4 B 5 E 6 B 7 D 8 E 9 C 10 D 11 E 12 C 13 C 14 E 15 B 16 B

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. $f(x) = 5^{x+1}$ ise

$f(-1) = 5^{-1+1} = 5^0 = 1$ ve $f(1) = 5^{1+1} = 5^2 = 25$ tir.

$f(-1) + f(1) = 1 + 25 = 26$ olur.

Yanıt E

2. $f(x) = a^x$ üstel fonksiyon ise $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmalıdır.

$(-5)^x$ üstel fonksiyon değildir.

Yanıt D

3. $3^x = 5 \Rightarrow x = \log_3 5$ olur.

Yanıt C

4. $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = x+1$

$\Rightarrow 4 = x + 1 \Rightarrow x = 3$ olur.

Yanıt B

5. $\log_4 5 = x \Rightarrow 4^x = 5$ tir.

$4^{x+1} = 4^x \cdot 4^1 = 5 \cdot 4 = 20$ olur.

Yanıt E

6. $\log_4(x+2) = 0 \Rightarrow 4^0 = x + 2$

$\Rightarrow 1 = x + 2$

$\Rightarrow x = -1$ olur.

Yanıt B

7. $\log_2(0{,}25) = n \Rightarrow \log_2 \frac{1}{4} = n \Rightarrow 2^n = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 2^n = 2^{-2} \Rightarrow n = -2$ dir.

$\log_{25}(2m-3) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 25^{\frac{1}{2}} = 2m - 3$

$\Rightarrow 5 = 2m - 3 \Rightarrow m = 4$ tür.

$m + n = 4 + (-2) = 2$ olur.

Yanıt D

8. $\log_2[2 + \log_3(x+1)] = 2 \Rightarrow 2^2 = 2 + \log_3(x+1)$

$\Rightarrow \log_3(x+1) = 2$

$\Rightarrow 3^2 = x + 1$

$\Rightarrow x = 8$ olur.

Yanıt E

9. $\log_4(4\log_3(3\log x)) = 1 \Rightarrow 4^1 = 4 \cdot \log_3(3\log x)$

$\Rightarrow \log_3(3\log x) = 1$

$\Rightarrow 3^1 = 3\log x$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$ olur.

Yanıt C

10. $\log_5(2x+7) = \log_5(3x+2)$

$\Rightarrow 2x + 7 = 3x + 2 \Rightarrow x = 5$ olur.

Yanıt D

karekök

11. $\ln(x+2) = 1 \Rightarrow \log_e(x+2) = 1$

$\Rightarrow e^1 = x + 2$

$\Rightarrow x = e - 2$ olur.

Yanıt E

12. $f(x) = \log_x(10 - 2x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi için $x > 0$ ve $x \neq 1$ ve $10 - 2x > 0$ olmalıdır.

$10 - 2x > 0 \Rightarrow 10 > 2x \Rightarrow 5 > x$ olur.

f(x) in en geniş tanım aralığı $(0, 5) - \{1\}$ dir.

Tanım kümesindeki x tam sayıları 2, 3 ve 4 tür.

Toplamları 9 olur.

Yanıt C

13. $f(x) = \log_5(x+2) \Rightarrow y = \log_5(x+2)$

$\Rightarrow 5^y = x + 2$

$\Rightarrow x = 5^y - 2$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 5^x - 2$ olur.

Yanıt C

14. $f(x) = \log_{(x-1)} \frac{x}{x+4}$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı için,

$x - 1 > 0$, $x - 1 \neq 1$ ve $\frac{x}{x+4} > 0$

Tablo çizersek;

	$-\infty$ ile -4	-4 ile 0	0 ile 1	1 ile $+\infty$
$\frac{x}{x+4}$	+	−	+	+
$x - 1$	−	−	−	+
SİSTEM				(taralı)

$x - 1 \neq 1$, $x \neq 2$ dir.

Fonksiyonun en geniş tanım aralığı

$(1, +\infty) - \{2\}$ olur.

Yanıt E

15. $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ fonksiyonu $0 < \frac{3}{4} < 1$ olduğundan azalan bir üstel fonkisyondur.

Yanıt B

16. $f(x) = \log_m(x+n)$ fonksiyonu $x = 1$ doğrusunun sağında olduğundan $x = 1$ iken $x + n = 0$ dir.

$1 + n = 0 \Rightarrow n = -1$ olur.

$(4, 1)$ noktası $f(x) = \log_m(x-1)$ fonksiyonu üzerinde olduğundan;

$1 = \log_m(4-1) \Rightarrow 1 = \log_m 3 \Rightarrow m^1 = 3$ olur.

$m + n = 3 + (-1) = 2$ bulunur.

Yanıt B

karekök

1. $f(x) = \log_{(x+1)}(6 - x)$

fonksiyonunun tanım kümesindeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

2. $\log_3 4 = x$

olduğuna göre, 9^{x+1} in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 80 B) 84 C) 96 D) 108 E) 144

3. $\log_4(\log_3(x - 1)) = 0$

olduğuna göre, $\log_x 64$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

4. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi azalan bir fonksiyondur?

A) $f(x) = 3^x$

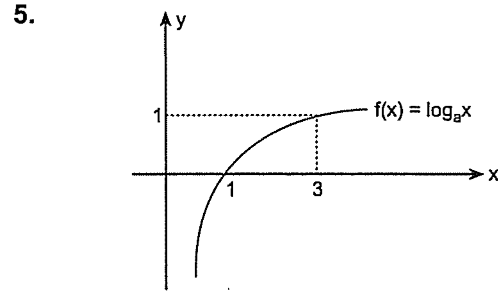
B) $f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

C) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

D) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

E) $f(x) = x$

5.



Yukarıdaki şekilde $f(x) = \log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f\left(\frac{1}{3}\right) + f(27)$ toplamının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $9^x - 4 \cdot 3^x = 0$

denkleminin kökü kaçtır?

A) $\log_9 2$ B) $\log_9 4$ C) $\log_3 2$ D) $\log_3 4$ E) 1

7. $f(x) = -\log_2(x + 3)$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 2^x - 3$

B) $f^{-1}(x) = 2^x + 3$

C) $f^{-1}(x) = 2^{-x} - 3$

D) $f^{-1}(x) = 2^{-x} + 3$

E) $f^{-1}(x) = 2^{-x-3}$

8. $f(x) = \log_3(x + 1)$

$g(x) = 4^{x+1}$

olduğuna göre, $(gof^{-1})(1)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 16 C) 32 D) 64 E) 256

karekök

9. $f(x) = \ln\left(\frac{4 - x}{x - 1}\right)$

fonksiyonunun tanım kümesinde kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $a = \log_7 4$

$b = \log_6 7$

$c = \log_3 10$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

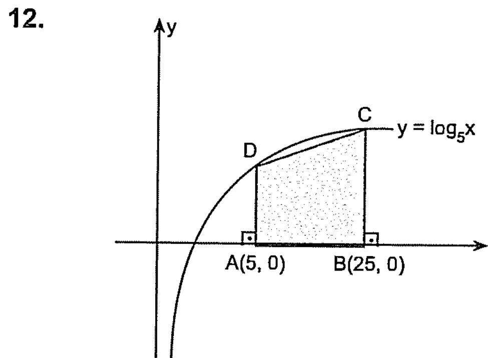
A) a > c > b B) a > b > c C) b > c > a D) c > b > a E) c > a > b

11. $\ln(\ln e) + \log_{\sqrt{3}}\sqrt{3}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12.



ABCD dik yamuğunun C ve D köşeleri $y = \log_5 x$ eğrisi üzerindedir.

Buna göre, A(ABCD) kaç birim karedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

13. x, y z birer tam sayı ve a, b, c sayıları 0 ile 1 arasında gerçel sayılardır.

$\log 450 = x, a$

$\ln 5 = y, b$

$\log_3 35 = z, c$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

14. $f(x) = e^x$ fonksiyonunun grafiği ile g(x) fonksiyonunun grafiği y = x doğrusuna göre simetriktir.

Buna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $g(x) = e^{-2x}$ B) $g(x) = \ln x$ C) $g(x) = -\ln x$

D) $g(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ E) $g(x) = 2\ln x$

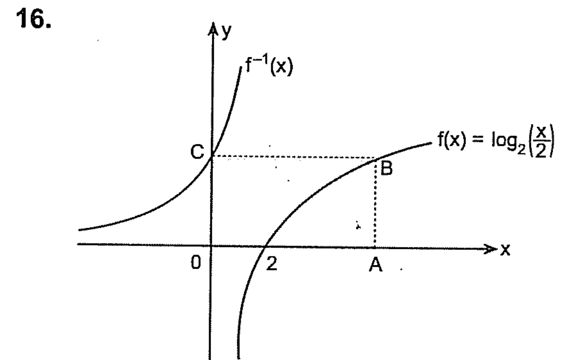
15. $f(x) = \log_3 x$

$(gof)(x) = x + 4$

olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^x + 4$ B) $3^x + 2$ C) 3^x D) $3^x - 2$ E) $3^x - 4$

16.



Yukarıdaki şekilde $f(x) = \log_2\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonunun grafiği ile ters fonksiyonu olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç birim karedir?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

karekök

1 E 2 E 3 C 4 D 5 E 6 D 7 C 8 D 9 C 10 D 11 B 12 C 13 B 14 B 15 A 16 C

1. **$\log_3(\log_2 32) = \log_9 x$ olduğuna göre, x in değeri nedir?**

A) 25 B) 16 C) 81 D) 27 E) 9

(1979)

2. **$y = \log_7\left(\frac{1}{x}\right)$ ve $x = 7^5$ ise, y nin değeri nedir?**

A) –5 B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 7

(ÖYS 1981)

3. $\sqrt{(\log 2)^2 + \left(\log\frac{1}{2}\right)^2}$ **ifadesinin değeri nedir?**

A) 0 B) $\log\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}\log 2$ D) $\log\left(\frac{1}{2}\right)$ E) $\sqrt{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)$

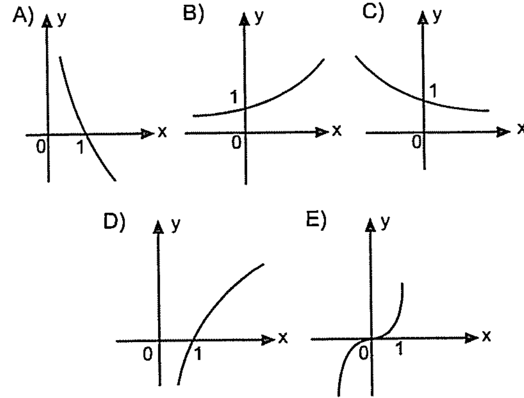
(ÖYS 1982)

4. **$\log_2(\log_{10} x) = 3$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 10^9 B) 10^8 C) 10^6 D) 10^3 E) 10^2

(ÖYS 1984)

5. **$y = \log_{\frac{1}{3}} x$ in grafiği hangisi olabilir?**



(ÖYS 1988)

6.

$f(x) = \log_2 x$

$(g \circ f)(x) = x + 2$

olduğuna göre, g(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^x B) $2^x - 1$ C) $2^x + 1$ D) $2^x + 2$ E) $2^x - 2$

(ÖYS 1994)

7. **$\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2))) = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1997)

8. $f : \left(-\frac{1}{3}, \infty\right) \to R$

fonksiyonu $f(x) = \log_3(3x+1)$ ile tanımlanıyor.

Buna göre, ters fonksiyonu belirten $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 3^x$

B) $f^{-1}(x) = 3^x + 1$

C) $f^{-1}(x) = \log(3x+1)$

D) $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$

E) $f^{-1}(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$

(ÖSS 2006 II)

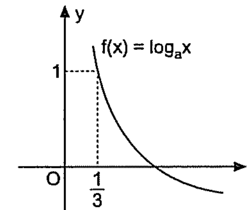
9. $\log_2(\log_3(5x+6)) = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 15 E) 18

(ÖSS 2007 II)

10.



Yukarıda $\log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right)$ değeri kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖSS 2009 II)

karekök

1 A	2 A	3 C	4 B	5 A	6 D	7 E	8 D	9 D	10 B

BÖLÜM 2

Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n}\log_a b$ özelliğini kavrar.
2. Yukarıdaki özelliği üslü - köklü ifadelerin özellikleri ile uygular.
3. Çarpımın ve bölümün logaritmasını alır.
4. Çarpımın ve bölümün logaritmasında uygulamalar yapar.
5. Çarpım ve bölümün logaritmasından yararlanarak denklem çözer.
6. 3. köşetaşındaki özelliği taban ilişkisi ile detaylandırır.
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ özelliğini kavrar.
8. Yukarıdaki özelliği kesirli ifadelerde uygular.
9. Taban değişimi yapar.
10. Taban değişimi yaparak logaritmik ifadeleri çarpar.
11. $a^{\log_a b} = b$ özelliğini kavrar.
12. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ özelliğini kavrar.

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

1) $\log_3 81$ **2)** $\log_2 \frac{1}{16}$ **3)** $\ln\sqrt[3]{e}$

4) $\log_8 2$ **5)** $\log_8 81$ **6)** $\log_4 \sqrt[3]{16}$

açıklamalı çözüm

$\log_a b^n = n\cdot\log_a b$

1) $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4\cdot\log_3 3 = 4\cdot 1 = 4$

2) $\log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4\cdot\log_2 2 = -4\cdot 1 = -4$

3) $\ln\sqrt[3]{e} = \ln e^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\cdot\ln e = \frac{1}{3}\cdot 1 = \frac{1}{3}$

$\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\cdot\log_a b$

4) $\log_8 2 = \log_{2^3} 2 = \frac{1}{3}\cdot\log_2 2 = \frac{1}{3}\cdot 1 = \frac{1}{3}$

$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m}\cdot\log_a b$

5) $\log_8 81 = \log_{2^3} 3^4 = \frac{4}{3}\cdot\log_2 3$

6) $\log_4 \sqrt[3]{16} = \log_{2^2} 2^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{2}\cdot\log_2 2 = \frac{2}{3}\cdot 1 = \frac{2}{3}$

BİR SORU DAHA

$a^3 = b$ olduğuna göre, $\log_b a^5$ değeri kaçtır?

$\log_b a^5$ te b yerine a^3 yazalım.

$\log_{a^3} a^5 = \frac{5}{3}\cdot\log_a a = \frac{5}{3}$

1. $a = \log_2 32$ ve $b = \log_9 3$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 5

2. Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\log\frac{1}{100} = -2$ B) $\ln e^2 = 2$

C) $\log_{\sqrt{2}} 2 = \frac{1}{2}$ D) $\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$

E) $\log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$

3. $A = \log_{\frac{1}{3}} 81 + \log_{\sqrt{5}} 5$

$B = \log\sqrt{1000} + \ln\frac{1}{\sqrt{e}}$

olduğuna göre, A·B çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

4. $x = \log_3 5$ **olduğuna göre,**

$\log_{\frac{1}{27}} 25$

ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3x}{2}$ B) $-\frac{2x}{3}$ C) x D) $\frac{2x}{3}$ E) $\frac{3x}{2}$

D C A B

köşetaşı

1) $\log_3\sqrt{3\sqrt[4]{3}}$ **ifadesinin değerini bulunuz.**

2) $m^4 = n^3$ **olduğuna göre,** $\log_m n^4$ **ifadesinin değerini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1) $\log_3\sqrt{3\sqrt[4]{3}} = \log_3\sqrt{\sqrt[4]{3^4\cdot 3}}$

$= \log_3 \sqrt[4\cdot 2]{3^5}$

$= \log_3 \sqrt[8]{3^5}$

$= \log_3 3^{\frac{5}{8}}$

$= \frac{5}{8}\cdot\log_3 3 = \frac{5}{8}$

2) $m^4 = n^3 \Rightarrow m = n^{\frac{3}{4}}$

$\log_m n^4 = \log_{n^{\frac{3}{4}}} n^4 = \frac{4}{\frac{3}{4}}\cdot\log_n n = \frac{16}{3}$

BİR SORU DAHA

$2\ln 5 = \ln(3x + 4)$

olduğuna göre, x kaçtır?

$2\ln 5 = \ln(3x + 4)$

$\Rightarrow \ln 5^2 = \ln(3x + 4)$

$\Rightarrow \ln 25 = \ln(3x + 4)$

$\Rightarrow 25 = 3x + 4 \Rightarrow x = 7$

1. $\log_a b = 2$ **olduğuna göre,**

$\log_a b^3 + \log_{a^2} b + \log_{a^4} b^6$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2. $a = \ln\sqrt{e\sqrt[3]{e}}$

$b = \log_{27}\left(\sqrt[4]{3^3}\cdot\sqrt{3}\right)$

olduğuna göre, a – b farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{12}$

karekök

3. $\log_6\sqrt{34 + 2\log_5\sqrt{23 + \log 100}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\log_{27}(0,\overline{1}) + \log_2(\ln\sqrt{e})$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{5}{3}$ C) –1 D) $-\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

D D A B

köşetaşı

1) $\log_{24}2 + \log_{24}3 + \log_{24}4$ **toplamının değerini bulunuz.**

2) $2\cdot\log_{36}2 + \log_{36}9$ **toplamının değerini bulunuz.**

3) $\log 15 - \log 6 + \log 4$ **ifadesinin değerini bulunuz.**

4) $\log_{ab}a^6b^4 - \log_{ab}a^4b^2$ **farkının değerini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Çarpımın ve Bölümün Logaritması

Çarpımın logaritması çarpanların logaritmaları toplamına eşittir.

$$\log_a(x\cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

1) $\log_{24}2 + \log_{24}3 + \log_{24}4 = \log_{24}(2\cdot3\cdot4) = \log_{24}24 = 1$

2) $2\cdot\log_{36}2 + \log_{36}9 = \log_{36}2^2 + \log_{36}9 = \log_{36}4 + \log_{36}9$

$= \log_{36}(4\cdot9) = \log_{36}36 = 1$

Bölümün logaritması, payın logaritmasından paydanın logaritmasının çıkarılmasına eşittir.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

3) $\log 15 - \log 6 + \log 4 = \log\left(\frac{15\cdot4}{6}\right) = \log 10 = 1$

4) $\log_{ab}a^6b^4 - \log_{ab}a^4b^2 = \log_{ab}\left(\frac{a^6b^4}{a^4b^2}\right) = \log_{ab}a^2b^2 = \log_{ab}(ab)^2 = 2\cdot\log_{ab}ab = 2$

BİR SORU DAHA

1 − ln2 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\left(\frac{e}{2}\right)$ *B)* $\ln\left(\frac{2}{e}\right)$

C) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ *D)* $\ln\left(\frac{1}{2e}\right)$

E) $\ln(2e)$

1 = lne olduğundan

$1 - \ln 2 = \ln e - \ln 2$

$= \ln\left(\frac{e}{2}\right)$ *olur.*

1. $\log\frac{3}{7} + \log\frac{7}{5} + \log\frac{5}{3}$

toplamının değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\ln\frac{e}{5} + \ln\frac{10}{e} + \ln\frac{e}{2}$

toplamının değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $2\log x - 3\log y + \log z$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log\left(\frac{x^2\cdot y^3}{z}\right)$ B) $\log\left(\frac{x^2\cdot y}{z^3}\right)$ C) $\log\left(\frac{x^2\cdot z}{y^3}\right)$

D) $\log(x^2\cdot z\cdot y^3)$ E) $\log(z\cdot x\cdot y^2)$

4. $\ln(x\cdot y) = 7$ ve $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 5$

olduğuna göre, lnx değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök

C | D | C | C

köşetaşı

1) $\log_5 2 = a$ **ve** $\log_5 3 = b$ **olduğuna göre,** $\log_5 72$ **nin a ve b türünden değerini bulunuz.**

2) $\ln 2 = x$, $\ln 3 = y$ **ve** $\ln 7 = z$ **olduğuna göre,** $\ln\left(\frac{108}{49}\right)$ **ifadesinin değerini x, y, z türünden bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1) $\log_5 72$ sayısındaki 72 yi asal çarpanlarına ayırarak yazalım.

$\log_5 72 = \log_5(2^3\cdot3^2) = \log_5 2^3 + \log_5 3^2$

$= 3\cdot\log_5 2 + 2\cdot\log_5 3$

$= 3a + 2b$

2) $\ln\left(\frac{108}{49}\right) = \ln\left(\frac{3^3\cdot2^2}{7^2}\right) = \ln 3^3 + \ln 2^2 - \ln 7^2$

$= 3\cdot\ln 3 + 2\cdot\ln 2 - 2\cdot\ln 7$

$= 3y + 2x - 2z$

BİR SORU DAHA

$\log(a + b) = \log a + \log b$

olduğuna göre, a nın b cinsinden değerini bulunuz.

$\log(a + b) = \log a + \log b$

$\log(a + b) = \log(a\cdot b)$

$a + b = a\cdot b \Rightarrow b = ab - a$

$\Rightarrow b = a(b - 1)$

$\Rightarrow a = \frac{b}{b-1}$ olur.

1. $\log_3 2 = a$

$\log_3 5 = b$

olduğuna göre, $\log_3 50$ **ifadesinin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2a + b B) 2b + a C) 2a + 3b

D) 3a + 2b E) a + b

2. $\log 3 = x$

$\log 5 = y$

olduğuna göre, log135 ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) x + y B) 2x + y C) x + 2y

D) 3x + y E) x + 3y

3. $\log 312 = a$

$\log 2 = b$

$\log 3 = c$

olduğuna göre, log13 ün değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a − b − c B) a − 2b − 3c

C) a − 3b − 2c D) a − 3b − c

E) a + 3b − c

4. $\log_5 24! = a$

olduğuna göre, $\log_5 25!$ **ifadesinin a türünden değeri nedir?**

A) a − 2 B) a − 1 C) a + 1

D) a + 2 E) 2a

karekök

B | D | D | D

köşetaşı

1) $\ln(xy) = 5$ ve $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 3$ **olduğuna göre, x in değerini bulunuz.**

2) **$\log 2 \cong 0{,}301$ ise $\log(0{,}002) + \log 200$ toplamının değerini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1) $\ln(x \cdot y) = 5 \Rightarrow \ln x + \ln y = 5$

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 3 \Rightarrow \ln x - \ln y = 3$ toplanırsa

$2\ln x = 8 \Rightarrow \ln x = 4 \Rightarrow x = e^4$

2) $\log 2 \cong 0{,}301$

$\log(0{,}002) = \log(2 \cdot 10^{-3}) = \log 2 + \log 10^{-3} = \log 2 + (-3)$

$\log 200 = \log(2 \cdot 10^2) = \log 2 + \log 10^2 = \log 2 + 2$

$\log(0{,}002) + \log 200 = \log 2 + (-3) + \log 2 + 2$

$= -1 + 2 \cdot \log 2$

$\cong -1 + 2 \cdot (0{,}301) = 0{,}398$

BİR SORU DAHA

$\log 5 = 0{,}699$ ve $A = 2^{12} \cdot 5^{13}$

olduğuna göre, logA nın değerinin tam kısmı nedir?

$\log A = \log(2^{12} \cdot 5^{13})$

$= \log(2^{12} \cdot 5^{12} \cdot 5^1)$

$= \log(10^{12} \cdot 5)$

$= 12 + \log 5$

$\cong 12 + 0{,}699 = 12{,}699$ olur.

logA nın tam kısmı 12 dir.

1. $\log(a \cdot b) = 4$

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = 2$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) 1 C) 10 D) 100 E) 1000

2. $\ln(x^3 \cdot y^2) = 6$

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

3. $\log 3{,}65 \cong 0{,}5623$

olduğuna göre, log3650 değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1,5623 B) 2,5623 C) 3,5623 D) 2,4377 E) 3,4377

4. $\log x = -4{,}2210$

olduğuna göre, $\log\frac{100}{\sqrt{x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2,2210 B) 2,2210 C) 6,2210 D) 2,105 E) 4,1105

karekök

E	D	C	E

köşetaşı

1) **$\log 5 = x$ olduğuna göre, log2 nin x cinsinden değerini bulunuz.**

2) **$\log_{18} 3 = a$ olduğuna göre, $\log_{18} 6$ nın a cinsinden değerini bulunuz.**

3) **$\log_{21} 7 = a$ olduğuna göre, $\dfrac{\log_{21} 63}{\log_{21}\left(\frac{7}{3}\right)}$ değerini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1) log2 yi bulabilmek için 2 yi, taban ve verilen sayıya benzeterek yazmaya çalışalım.

$\log 2 = \log\frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - x$ olur.

2) $\log_{18} 6 = \log_{18}\left(\frac{18}{3}\right) = \log_{18} 18 - \log_{18} 3 = 1 - a$

3) $\dfrac{\log_{21} 63}{\log_{21}\left(\frac{7}{3}\right)} = \dfrac{\log_{21}(21 \cdot 3)}{\log_{21}\left(\frac{7}{3}\right)} = \dfrac{\log_{21} 21 + \log_{21} 3}{\log_{21} 7 - \log_{21} 3} = \dfrac{1 + \log_{21} 3}{a - \log_{21} 3}$

ifadesini a cinsinden yazabilmemiz için $\log_{21} 3$ ü a cinsinden yazmamız gerekir.

$\log_{21} 3 = \log_{21}\frac{21}{7} = \log_{21} 21 - \log_{21} 7 = 1 - a$

$\dfrac{\log_{21} 63}{\log_{21}\left(\frac{7}{3}\right)} = \dfrac{1 + \log_{21} 3}{a - \log_{21} 3} = \dfrac{1 + 1 - a}{a - (1 - a)} = \dfrac{2 - a}{2a - 1}$

BİR SORU DAHA

$\log 40 = a$

olduğuna göre, log25 i a cinsinden yazınız.

$\log 25 = \log\frac{1000}{40}$

$= \log 1000 - \log 40$

$= 3 - a$

1. $\log_{12} 6 = x$

olduğuna göre, $\log_{12} 2$ nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) x + 1 B) x – 1 C) 1 – x D) –x E) –x – 1

2. $\log 2 = m$

olduğuna göre, log25 in m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 – m B) 2 – m C) 1 – 2m D) 2 – 2m E) 2m – 2

3. $\log 5 = a$

olduğuna göre, log2,5 in a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

($\log 2{,}5 = \log\left(\frac{25}{10}\right)$ olarak yazmayı dene)

A) a – 1 B) a + 1 C) 1 – a D) 2 – a E) 2a – 1

4. $\log 5 \cong 0{,}699$

olduğuna göre, log200 ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3,301 B) 2,699 C) 2,301 D) 1,699 E) 1,301

karekök

C	D	E	C

köşetaşı

1) $\log_5 3 = a$ olduğuna göre, $\log_{27} 25$ in a cinsinden değerini bulunuz.

2) $\log_2 5 = x$ olduğuna göre, $\log_5 40$ ın x cinsinden eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\log_a b$ ile $\log_b a$ sayıları birbirlerinin çarpmaya göre tersidir.

$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ veya $\log_a b = x \Rightarrow \log_b a = \dfrac{1}{x}$

1) $\log_5 3 = a$ ise $\log_3 5 = \dfrac{1}{a}$

$\log_{27} 25 = \log_{3^3} 5^2 = \dfrac{2}{3}\cdot\log_3 5 = \dfrac{2}{3a}$

2) $\log_2 5 = x$ ise $\log_5 2 = \dfrac{1}{x}$

$\log_5 40 = \log_5(5\cdot 2^3) = \log_5 5 + \log_5 2^3$

$= 1 + 3\cdot\log_5 2$

$= 1 + 3\cdot\dfrac{1}{x} = \dfrac{x+3}{x}$

BİR SORU DAHA

$\log_3 x = \log_x 3$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

$\log_3 x = \dfrac{1}{\log_3 x}$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 = 1$

$\Rightarrow \log_3 x = 1$ veya $\log_3 x = -1$

$\Rightarrow x = 3^1$ veya $x = 3^{-1} = \dfrac{1}{3}$

$3 + \dfrac{1}{3} = \dfrac{10}{3}$ olur.

1. $\log_3 5 = a$

olduğuna göre, $\log_{125} 9$ un değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{a}{3}$ B) $\dfrac{2}{3a}$ C) $\dfrac{3a}{2}$ D) $\dfrac{4}{3a}$ E) $\dfrac{3a}{4}$

2. $\log_5 2 = x$

olduğuna göre, $\log_2 50$ ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2$ B) $\dfrac{x+2}{2}$ C) $\dfrac{x+2}{x}$ D) $2x + 1$ E) $\dfrac{2x+1}{x}$

3. $\log_3 x = a$

olduğuna göre, $\log_3(3x) + \log_x 9$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 2$ B) $\dfrac{a^2+a+2}{a}$ C) $\dfrac{a^2+1}{a}$ D) $\dfrac{a}{a^2+1}$ E) $\dfrac{a^2+2}{a+1}$

4. $\log_2 18 = a$

$\log_3 6 = b$

olduğuna göre, a nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

($\log_3 2$ yi b cinsinden yazabilir misin?)

A) $\dfrac{2b-1}{1-b}$ B) $\dfrac{2b+1}{b-1}$ C) $\dfrac{3b-1}{1-b}$ D) $\dfrac{b+1}{b-1}$ E) $\dfrac{3+b}{1-b}$

karekök

B	C	B	D

köşetaşı

1) $\dfrac{1}{\log_5 35} + \dfrac{1}{\log_7 35}$ toplamının değerini bulunuz.

2) $\dfrac{3}{\log_2 72} + \dfrac{2}{\log_3 72}$ toplamının değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Paydada logaritmik ifadelerin bulunduğu sorularda logaritmik ifadeyi paya çıkararak çözüm yapmamız gerekir.

1) $\dfrac{1}{\log_5 35} + \dfrac{1}{\log_7 35} = \log_{35} 5 + \log_{35} 7$

$= \log_{35}(5\cdot 7) = \log_{35} 35 = 1$ olur.

2) $\dfrac{3}{\log_2 72} + \dfrac{2}{\log_3 72} = 3\cdot\log_{72} 2 + 2\cdot\log_{72} 3$

$= \log_{72} 2^3 + \log_{72} 3^2$

$= \log_{72} 8 + \log_{72} 9$

$= \log_{72}(8\cdot 9) = \log_{72} 72 = 1$ olur.

BİR SORU DAHA

$\dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{\log_3 5}}$

işleminin en sade biçimini yazınız.

$\dfrac{1}{1 + \log_5 3} = \dfrac{1}{\log_5 5 + \log_5 3}$

$= \dfrac{1}{\log_5 15} = \log_{15} 5$ olur.

1. $\dfrac{1}{\log_3 21} + \dfrac{1}{\log_7 21}$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\dfrac{1}{\log_{18} 6} + \dfrac{1}{\log_4 6} - \dfrac{1}{\log_2 6}$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\dfrac{1}{\log_x(xyz)} + \dfrac{1}{\log_y(xyz)} + \dfrac{1}{\log_z(xyz)}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\dfrac{2}{\log_2 36} + \dfrac{12}{\log_{\sqrt[3]{3}} 36} + \dfrac{4}{\log_{\sqrt{2}} 36}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

karekök

A	B	D	B

köşetaşı

1) **$\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_{15} 45$ in a cinsinden değerini bulunuz.**

2) **$\log 2 = x$ ve $\log 3 = y$ olduğuna göre, $\log_{15} 12$ nin x ve y cinsinden eşitini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Logaritmik bir ifadeyi farklı bir tabandaki iki tane logaritmik ifadenin oranı şeklinde yazabiliriz. Logaritmadaki bu işleme taban değişimi diyoruz.

$\log_a b$ ifadesini c tabanında;

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ şeklinde yazabiliriz.

Örneğin, $\log_2 3 = \dfrac{\log_5 3}{\log_5 2} = \dfrac{\ln 3}{\ln 2} = \dfrac{\log 3}{\log 2}$

1) $\log_3 5 = a$ veriliyor. a sayısı 3 tabanında verildiğinden $\log_{15} 45$ i 3 tabanına çevirerek yazalım.

$$\log_{15} 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 15} = \frac{\log_3(3^2 \cdot 5)}{\log_3(3 \cdot 5)} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 5}{\log_3 3 + \log_3 5} = \frac{2+a}{1+a} \text{ olur.}$$

2) $\log 2 = x$ ve $\log 3 = y$ veriliyor. $\log_{15} 12$ yi 10 tabanına çevirerek yazalım.

$$\log_{15} 12 = \frac{\log 12}{\log 15} = \frac{\log(3 \cdot 2^2)}{\log(3 \cdot 5)} = \frac{\log 3 + 2\log 2}{\log 3 + \log 5} = \frac{\log 3 + 2\log 2}{\log 3 + 1 - \log 2} = \frac{y + 2x}{y - x + 1} \text{ olur.}$$

1. I. $\log_3 5 = \dfrac{\log 5}{\log 3}$ II. $\log_2 3 = \dfrac{\log_{13} 3}{\log_{13} 2}$

III. $\dfrac{\log_8 5}{\log_8 11} = \log_5 11$ IV. $\dfrac{\ln 7}{\ln 4} = \log_4 7$

Yukarıda verilen eşitliklerden hangisi yanlıştır?

A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) III ve IV

2. $\log_2 3 = m$

olduğuna göre, $\log_6 3$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{m-1}{m}$ B) $\dfrac{m+1}{m}$ C) $\dfrac{m}{m+1}$ D) $\dfrac{m+2}{m+1}$ E) $\dfrac{m+2}{m-1}$

3. $\log_5 2 = x$

olduğuna göre, log20 değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{x+1}{x-1}$ B) $\dfrac{x+2}{2x-1}$ C) $\dfrac{2x-1}{x+1}$ D) $\dfrac{2x+1}{x+1}$ E) $\dfrac{x+1}{2x+1}$

4. $\log 3 = a$

$\log 5 = b$

olduğuna göre, $\log_{30} 72$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{a+2b}{a-1}$ B) $\dfrac{a+2b}{a+1}$ C) $\dfrac{a+2b-3}{2a-1}$ D) $\dfrac{2a-3b-3}{1-a}$ E) $\dfrac{2a-3b+3}{a+1}$

karekök

B	C	D	E

köşetaşı

1) **$\log_2 3 \cdot \log_3 8$ çarpımının sonucunu bulunuz.**

2) **$\log_2 e \cdot \log_3 16 \cdot \ln\sqrt{3}$ çarpımının sonucunu bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Logaritmik ifadeler çarpılıyorsa ve içlerinde ortak sayılar varsa sadeleştirme yaparak sonucu bulabilmemiz için sayıların tabanlarını değiştirmemiz gerekir. Yazımı daha kolay olduğundan genelikle 10 tabanına çevririz.

1) $\log_2 3 \cdot \log_3 8$ çarpımındaki ifadeleri 10 tabanına çevirerek yazalım.

$$\log_2 3 \cdot \log_3 8 = \frac{\cancel{\log 3}}{\log 2} \cdot \frac{\log 8}{\cancel{\log 3}} = \frac{\log 8}{\log 2} = \log_2 8 = 3$$

2) $$\log_2 e \cdot \log_3 16 \cdot \ln\sqrt{3} = \log_2 e \cdot \log_3 2^4 \cdot \ln 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log_2 e \cdot 4 \cdot \log_3 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \ln 3$$

$$= 2 \cdot \frac{\cancel{\log e}}{\cancel{\log 2}} \cdot \frac{\cancel{\log 2}}{\cancel{\log 3}} \cdot \frac{\cancel{\log 3}}{\cancel{\log e}} = 2$$

Bu sorularda yaptığımızı formül haline getirirsek;

$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ olur.

Örneğin; $\log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$

$\log_3 6 \cdot \log_6 3 = \log_3 3 = 1$ dir.

BİR SORU DAHA

$\log_4 10 \cdot \log_{81} e \cdot \ln 9 \cdot \log x = 1$

olduğuna göre, x i bulunuz.

$$\frac{\log 10}{\log 4} \cdot \frac{\log e}{2\log 9} \cdot \frac{\log 9}{\log e} \cdot \frac{\log x}{\log 10} = 1$$

$$\frac{\log x}{\log 4} = 2 \Rightarrow \log_4 x = 2$$

$\Rightarrow x = 16$ *olur.*

1. $\log_5 2 \cdot \log_2 25$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\log_5 3 \cdot \log_3 2 \cdot \log_2\left(\dfrac{1}{25}\right)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \ldots \cdot \log_{63} 64 = A$ dır.

$\log_6 A = \log_2 x$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

4. $\ln\sqrt{3} \cdot \log_3 100 \cdot \log e = \log_8 x$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

karekök

B	A	B	C

2.11 *logaritma fonksiyonunun özellikleri*

köşetaşı

$7^{\log_7 2} + 3^{1+\log_3 5} - 2^{\log_4 3}$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir önceki bölümde a^x in üstel fonksiyon, $\log_a x$ in logaritma fonksiyonu olduğunu ve birbirlerinin ters fonksiyonu olduğunu öğrenmiştik.

$f(x) = a^x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$

$(f o f^{-1})(x) = x \Rightarrow a^{\log_a x} = x$ olur.

$7^{\log_7 2} = 2$

$3^{1+\log_3 5} = 3^1 \cdot 3^{\log_3 5} = 3 \cdot 5 = 15$

$2^{\log_4 3} = 2^{\log_{2^2} 3} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 3} = (2^{\log_2 3})^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$7^{\log_7 2} + 3^{1+\log_3 5} - 2^{\log_4 3} = 2 + 15 - \sqrt{3} = 17 - \sqrt{3}$ olur.

BİR SORU DAHA

$(\sqrt[3]{4})^{\log_2 27}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$(\sqrt[3]{4})^{\log_2 27} = (\sqrt[3]{2^2})^{\log_2 27}$

$= (2^{\frac{2}{3}})^{\log_2 27}$

$= (2^{\log_2 27})^{\frac{2}{3}}$

$= 27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 9$

1. $5^{\log_5 3}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

2. $e^{\ln x} + \ln e = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $25^{\frac{1}{\log_4 5}}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

4. $10^{\log(\log\sqrt{10})} - 2^{-2+\log_2 3}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

karekök

B D C B

2.12 *logaritma fonksiyonunun özellikleri*

köşetaşı

$x^{\log_2 5} + 5^{\log_2 x} = 50$

olduğuna göre, x i bulunuz.

açıklamalı çözüm

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Örneğin; $3^{\log_5 7} = 7^{\log_5 3}$

$11^{\log_3 5} = 5^{\log_3 11}$ olur.

Buna göre,

$x^{\log_2 5} + 5^{\log_2 x} = 50$

$5^{\log_2 x} + 5^{\log_2 x} = 50$ ($x^{\log_2 5} = 5^{\log_2 x}$ olduğundan)

$2 \cdot 5^{\log_2 x} = 50 \Rightarrow 5^{\log_2 x} = 25$

$\Rightarrow 5^{\log_2 x} = 5^2$

$\Rightarrow \log_2 x = 2$

$\Rightarrow x = 2^2 = 4$ olur.

BİR SORU DAHA

$3 \cdot x^{\ln 2} + 2^{\ln x} = 8$

olduğuna göre, x i bulunuz.

$(x^{\log_e 2} = 2^{\log_e x} \Rightarrow x^{\ln 2} = 2^{\ln x})$

$3 \cdot 2^{\ln x} + 2^{\ln x} = 8$

$4 \cdot 2^{\ln x} = 8 \Rightarrow 2^{\ln x} = 2$

$\Rightarrow \ln x = 1$

$\Rightarrow x = e$ olur.

1. Aşağıda verilen eşitliklerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $3^{\log_5 8} = 8^{\log_5 3}$

B) $2^{\log_3 7} = 7^{\log_3 2}$

C) $7^{\log x} = x^{\log 7}$

D) $3^{\ln x} = e^{\log_x 3}$

E) $x^{\ln 3} = 3^{\log_e x}$

2. $5^{\log_2 3} = a$

olduğuna göre, $3^{\log_2 25}$ ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a B) a + 2 C) a − 2 D) 2a E) a^2

3. $2^{\log x} + x^{\log 2} = 4$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 10 D) 20 E) 100

4. $5^{\ln a} - 2 \cdot a^{\ln 5} = -25$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

karekök

D E C D

1. $\log_9 27 - \ln\sqrt{e}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $\log_2\sqrt{2\sqrt{2}}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

3. $\log_5\left(\frac{4}{3}\right) + \log_5\left(\frac{75}{4}\right)$

toplamının sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

4. $\log 3 = x$

$\log 5 = y$

olduğuna göre, log675 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2x + y B) x + y C) 3x + y D) x + 3y E) 3x + 2y

5. $\ln(x \cdot y^2) = 7$

$\ln\left(\frac{y}{x}\right) = -4$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

6. $\log_{20} 4 = a$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_{20} 25$ in a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a – 1 B) 1 – a C) 2a – 2 D) 2 – 2a E) –a

7. $\log_7 3 = a$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_{27} 49$ un a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{a}$ B) $\frac{2}{a}$ C) $\frac{1}{3a}$ D) $\frac{2}{3a}$ E) $\frac{3}{2a}$

8. $\log_3 x + \frac{1}{\log_x 3} = 4$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log(\log_9 x)$ ifadesinin değeri aşağıdakiler hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $\frac{\ln 11}{\ln 4}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_4 11$ B) $\log_{11} 4$ C) $\log_{22} 2$ D) $\log_2 22$ E) ln44

10. $\log 5 \cdot \log_5 100$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) ln10 E) $\log_5 20$

11. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

12. $x^{\log_3 5} + e^{\ln 3} + \log(\ln e) = 8$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 B 2 C 3 D 4 E 5 D 6 D 7 D 8 A 9 A 10 B 11 A 12 C

karekök

karekök

KONU TESTİ - 1

1. $\log_2 16 + \ln\left(\frac{1}{e^2}\right)$

toplamının değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A = \log_{\sqrt{3}}(3\sqrt{3})$

$B = \log_{\frac{1}{2}} 2$

$C = \ln 1$

olduğuna göre, A + B – C işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\log_9 3 + \log_5 \sqrt{5}$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $\log 4 \cong 0,602$

olduğuna göre, log32 değeri kaçtır?

A) 1,505 B) 1,605 C) 1,805 D) 2,505 E) 2,605

5. $\log_{32} 4 - \log_4(0,25) - \log_{\frac{1}{9}} 27$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 1 B) $\frac{19}{10}$ C) $\frac{27}{10}$ D) $\frac{29}{10}$ E) 4

6. 2ln6 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln3 B) ln10 C) ln12 D) ln18 E) ln36

7. $\log 2 + \log 5 + \log 10 + \ln e$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{12}\right)$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karelök

9. $\ln x = 3$ olarak veriliyor.

$\ln\sqrt{x\sqrt[3]{x}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

10. $\ln\left(\frac{3}{e^2}\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln3 + 2 B) ln3 – 2 C) ln2 – 3 D) ln2 + 3 E) 2 – ln3

11. $\log x - 3\log y + 2\log z$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log\left(\frac{x-3y}{2z}\right)$ B) $\log\left(\frac{xy^2}{z^3}\right)$ C) $\log\left(\frac{x \cdot y^3}{z^2}\right)$ D) $\log\left(\frac{x \cdot z^2}{y^3}\right)$ E) $\log\left(\frac{x \cdot z^2}{3y}\right)$

12. $\log(a + b) = \log a - \log b$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, a nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b^2}{b-1}$ B) $\frac{b^2}{1-b}$ C) $\frac{b^2}{b^2-1}$ D) $\frac{b^2}{1-b^2}$ E) $\frac{b}{b+1}$

13. $\log_3 7 = a$ olarak veriliyor.

$\log_7 63$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{a}$ B) $\frac{2}{a}$ C) $\frac{a+2}{a}$ D) $\frac{a-2}{a}$ E) $\frac{a}{a+2}$

14. $\log_2 6 = x$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_{18} 54$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x-1}{3x-1}$ B) $\frac{3x-1}{2x-1}$ C) $\frac{3x}{2x-1}$ D) $\frac{3x-2}{2x-1}$ E) $\frac{3x+2}{2x-1}$

15. $\log_3 5 = a$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_3 15 \cdot \log_5 3$ çarpımının a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $\frac{a-1}{a}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a-1}$ D) $\frac{a}{a+1}$ E) $\frac{a^2+1}{a-1}$

16. $(25)^{\log_{0,2} 4}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{25}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

karelök

1 B 2 E 3 C 4 A 5 D 6 E 7 C 8 E 9 C 10 B 11 D 12 B 13 C 14 D 15 B 16 C

1. $\log_2 16 + \ln\left(\frac{1}{e^2}\right) = \log_2 2^4 + \ln e^{-2}$

$= 4 \cdot \log_2 2 + (-2) \cdot \ln e$

$= 4 \cdot 1 + (-2) \cdot 1$

$= 2$ olur.

Yanıt B

2. $A = \log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^3 = 3 \cdot \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 3$

$B = \log_{\frac{1}{2}} 2 = \log_{2^{-1}} 2 = -1 \cdot \log_2 2 = -1$

$C = \ln 1 = 0$

$A + B - C = 3 + (-1) - 0 = 2$ olur.

Yanıt E

3. $\log_9 3 + \log_5 \sqrt{5} = \log_{3^2} 3 + \log_5 5^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\log_3 3 + \frac{1}{2}\log_5 5$

$= \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$ olur.

Yanıt C

4. $\log 4 \cong 0,602 \Rightarrow \log 2^2 = 0,602 \Rightarrow 2 \cdot \log 2 = 0,602$

$\Rightarrow \log 2 = 0,301$

$\log 32 = \log 2^5 = 5 \cdot \log 2 = 5(0,301) = 1,505$

Yanıt A

5. $\log_{32} 4 - \log_4 (0,25) - \log_{\frac{1}{9}} 27$

$= \log_{2^5} 2^2 - \log_4 4^{-1} - \log_{3^{-2}} 3^3$

$= \frac{2}{5} \cdot \log_2 2 - (-1) \cdot \log_4 4 - \left(\frac{3}{-2}\right)\log_3 3$

$= \frac{2}{5} + 1 + \frac{3}{2} = \frac{29}{10}$ olur.

Yanıt D

6. $2\ln 6 = \ln 6^2 = \ln 36$ olur.

Yanıt E

7. $\log 2 + \log 5 + \log 10 + \ln e = \log 10 + 1 + 1$

$= 1 + 1 + 1 = 3$ olur.

Yanıt C

8. $\log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{12}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(3 \cdot \frac{1}{12}\right)$

$= \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$

$= \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 2\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 2$ olur.

Yanıt E

karekök

9. $\ln x = 3$

$\ln\sqrt{x\sqrt[3]{x}} = \ln\sqrt{\sqrt[3]{x^3 \cdot x}} = \ln\sqrt{\sqrt[3]{x^4}}$

$= \ln \sqrt[2 \cdot 3]{x^4} = \ln x^{\frac{4}{6}}$

$= \frac{4}{6} \cdot \ln x = \frac{4}{6} \cdot 3 = 2$ olur.

Yanıt C

10. $\ln\left(\frac{3}{e^2}\right) = \ln 3 - \ln e^2 = \ln 3 - 2\ln e$

$= \ln 3 - 2 \cdot 1$

$= \ln 3 - 2$ olur.

Yanıt B

11. $\log x - 3\log y + 2\log z = \log x - \log y^3 + \log z^2$

$= \log\left(\frac{x \cdot z^2}{y^3}\right)$ olur.

Yanıt D

12. $\log(a + b) = \log a - \log b$

$\log(a + b) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

$a + b = \frac{a}{b} \Rightarrow a = ab + b^2$

$\Rightarrow a - ab = b^2$

$\Rightarrow a(1 - b) = b^2$

$\Rightarrow a = \frac{b^2}{1 - b}$ olur.

Yanıt B

13. $\log_3 7 = a \Rightarrow \log_7 3 = \frac{1}{a}$

$\log_7 63 = \log_7 (7 \cdot 3^2) = \log_7 7 + \log_7 3^2$

$= 1 + 2 \cdot \log_7 3$

$= 1 + \frac{2}{a} = \frac{a + 2}{a}$ olur.

Yanıt C

14. $\log_2 6 = x \Rightarrow \log_2 (2 \cdot 3) = x \Rightarrow \log_2 2 + \log_2 3 = x$

$\Rightarrow 1 + \log_2 3 = x$

$\Rightarrow \log_2 3 = x - 1$

$\log_{18} 54 = \frac{\log_2 54}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (3^3 \cdot 2)}{\log_2 (3^2 \cdot 2)} = \frac{\log_2 3^3 + \log_2 2}{\log_2 3^2 + \log_2 2}$

$= \frac{3 \cdot \log_2 3 + 1}{2 \cdot \log_2 3 + 1}$

$= \frac{3 \cdot (x - 1) + 1}{2 \cdot (x - 1) + 1}$

$= \frac{3x - 2}{2x - 1}$ olur.

Yanıt D

15. $\log_3 5 = a \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{a}$ dır.

$\log_3 15 \cdot \log_5 3 = \log_5 15 = \log_5 (5 \cdot 3)$

$= \log_5 5 + \log_5 3$

$= 1 + \log_5 3$

$= 1 + \frac{1}{a} = \frac{a + 1}{a}$ olur.

Yanıt B

16. $(25)^{\log_{0,2} 4} = (5^2)^{\log_{5^{-1}} 4} = (5^2)^{-\log_5 4}$

$= 5^{-2 \cdot \log_5 4}$

$= (5^{\log_5 4})^{-2}$

$= 4^{-2} = \frac{1}{16}$ olur.

Yanıt C

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $\dfrac{1}{\log_3 e} + \dfrac{1}{\log_2 e}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln10 B) ln6 C) ln3 D) ln2 E) ln1

2. $\log_3(2^x - 30) = \log_{27} 8$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\log_6 3 = a$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_6\sqrt{2}$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{a+1}{2}$ B) $\dfrac{a-1}{a}$ C) $\dfrac{1-a}{2}$ D) $1-a$ E) $2-2a$

4. $e^{4\ln 2} + 10^{\log 4}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

5. $2\cdot\log_5 x = \log_5(3x+4)$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\dfrac{\log 125 \cdot \log 81}{\log 9 \cdot \log 25}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

7. $\log 2 \cong 0{,}301$

olduğuna göre, $\log\left(\dfrac{1}{25}\right)$ değeri kaçtır?

A) –2,301 B) –2,096 C) –1,096 D) –1,398 E) –2,398

8. $\log_2 x = a$

$\log_4 y = b$

olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_x y$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{b}{a}$ B) $\dfrac{2b}{a}$ C) $\dfrac{a}{b}$ D) $\dfrac{a}{2b}$ E) $\dfrac{3a}{3b}$

karekök

9. $\dfrac{1}{\log_x xy} + \dfrac{1}{\log_y xy} - 1$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $\log_{10} 2 = a$

$\log_{10} 3 = b$

olduğuna göre, log540 ın a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 2b + 1$ B) $a + 2b - 1$ C) $a + 3b + 1$ D) $a + 3b - 1$ E) $a - 3b + 1$

11. $\log 6! = a$

$\log 15 = b$

olarak veriliyor.

Buna göre, log6 + 3log2 toplamının a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $a\cdot b$ B) $a + b$ C) $a - b$ D) $a - b + 1$ E) $a - b - 1$

12. $\log 2 = a$

$\log 3 = b$

olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_{45} 25$ in a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2-2a}{2b-a+1}$ B) $\dfrac{2-a}{b-a}$ C) $\dfrac{2+2a}{2a-b-1}$ D) $\dfrac{2-a+b}{b+a-1}$ E) $\dfrac{b-a}{b+a-1}$

13. $f(x) = \log_x(x+1)$

olduğuna göre, $f(2)\cdot f(3)\cdot \ldots \cdot f(31)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $x^{\ln 5} + 5^{\ln x} = 250$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

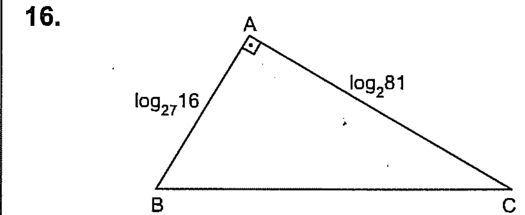
A) $\dfrac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

15. $5^{3\log_5 2} + 3^{\log_9 4}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

16.



ABC dik üçgeninde, AB ⊥ AC

$|AB| = \log_{27} 16$ birim

$|AC| = \log_2 81$ birim

Yukarıda verilenlere göre, Alan(ABC) kaç birim karedir?

A) $\dfrac{16}{3}$ B) 4 C) $\dfrac{8}{3}$ D) $\dfrac{5}{2}$ E) 2

karekök

1 B 2 E 3 C 4 E 5 D 6 E 7 D 8 B 9 A 10 C 11 C 12 A 13 E 14 E 15 C 16 C

1. **$\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_5 15$ in değeri nedir?**

A) $\frac{1}{a-1}$ B) $\frac{a}{a-1}$ C) $\frac{a-1}{a}$ D) $\frac{a}{a+1}$ E) $\frac{a+1}{a}$

(ÖYS 1985)

2. **log1656 = a, log2 = b, log3 = c olduğuna göre, log23 ün değeri nedir?**

A) a–2b–3c B) a–3b–2c C) a–b–3c D) a–2b–c E) a – b – c

(ÖYS 1986)

3. **log(a + b) = loga + logb olduğuna göre, b nin a türünden değeri nedir?**

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a-1}$ D) $a-1$ E) $\frac{a+1}{a-1}$

(ÖYS 1987)

4. $\ln(xy) = 2a$

$\ln(\frac{x}{y}) = 2b$

olduğuna göre, x in pozitif değeri nedir?

A) e^{a+b} B) e^{b-a} C) e^{a-b} D) $e^{2(a+b)}$ E) e^{ab}

(ÖYS 1987)

5. **$a^5 = b$ olduğuna göre, $\log_b a^3$ kaçtır?**

A) 2 B) 8 C) 15 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

(ÖSS 1989)

6. **log2 = 0,301 ve log3 = 0,477 olduğuna göre, log360 ın değeri kaç olur?**

A) 2,731 B) 2,556 C) 3,043 D) 1,987 E) 1,865

(ÖYS 1989)

7. **$\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_9 25$ in değeri nedir?**

A) a B) 2a C) a^2 D) $\frac{a}{2}$ E) $\sqrt{a}$

(ÖYS 1991)

8. **$\log_3 3 + \log_5 a = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?**

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 3 D) 2 E) 1

(ÖYS 1992)

karekök

9. $\log_{10} 2 = a$

$\log_{10} 3 = b$

olduğuna göre, $\log_{10} 72$ nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2b – 3a B) 3a – b C) 3a – 2b D) 3a + 2b E) 2a + 3b

(ÖYS 1996)

10. $\frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

(ÖYS 1998)

11. $\log_3 5 = a$

olduğuna göre, $\log_5 15$'in değeri kaçtır?

A) $\frac{a}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a+3}$ D) $\frac{a+3}{a}$ E) $\frac{4a}{3}$

(LYS 2010)

(1. soruya çok benziyor değil mi?)

12. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) $\log_6 2$ E) $\log_6 3$

(LYS 2010)

13. 1'den farklı a,b,c pozitif gerçel sayılar için

$\log_a b = \frac{1}{2}$

$\log_a c = 3$

olduğuna göre, $\log_b\left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) – 6 E) – 5

(LYS 2010)

karekök

1 E 2 B 3 C 4 A 5 D 6 B 7 A 8 A 9 D 10 B 11 B 12 B 13 E

BÖLÜM 3

Logaritmalı Denklemler ve Eşitsizlikler

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Logaritma tanımını kullanarak logaritmik denklemleri çözer.
2. Üslü ifadeler içeren logaritmik denklemleri çözer.
3. Köklü ifadeleri içeren logaritmik denklemleri çözer.
4. Logaritmik ifadelerin iç içe verildiği logaritmik denklemleri çözer.
5. İkinci dereceden fonksiyon içeren logaritmik denklemleri çözer.
6. Logaritmanın çarpma özelliğini kullanarak logaritmik denklemleri çözer.
7. Logaritmanın bölme özelliğini kullanarak logaritmik denklemleri çözer.
8. Logaritmik ifadelerin tabanlarını eşitleyerek logaritmik denklemleri çözer.
9. Kökleri logaritmik ifadelerden oluşan üstel denklemleri çözer.
10. Logaritmik denklemleri ikinci dereceden denklem yardımı ile çözer.
11. Logaritmik ifadelerden oluşan üstel denklemleri ikinci dereceden denklem yardımıyla çözer.
12. Logaritmik denklemleri her iki tarafın logaritmasını alarak çözer.
13. Logaritmik eşitsizlikleri çözer.
14. 13. köşetaşını detaylandırır.

köşetaşı

$\log_{(x+2)}(2x-5) = 1$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritma tanımını kullanarak logaritmik denklemleri 1. dereceden denklemlere dönüştürebiliriz.

$\log_{(x+2)}(2x-5) = 1 \Rightarrow (x+2)^1 = 2x-5$

$\Rightarrow x + 2 = 2x - 5$

$\Rightarrow x = 7$

BİR SORU DAHA

$\log_{(2x+2)}|3x-6| = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$(2x+2)^1 = |3x-6|$

$\Rightarrow 2x + 2 = |3x-6|$

$x \geq 2$ ise

$2x + 2 = 3x - 6 \Rightarrow x = 8$

$x < 2$ ise

$2x + 2 = -3x + 6 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$

$Ç.K = \left\{\frac{4}{5}, 8\right\}$

1. $\log_2(2x+8) = 5$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $\log_{\sqrt{3}}(x+1) = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $\log_{\frac{1}{4}}(3x-5) = -2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $\log_{(x+3)}(2x-3) = 1$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

E D C E

köşetaşı

$\log_2(8 \cdot 2^{x+2}) = 4x - 1$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritma tanımını kullandıktan sonra karşımıza üstel denklem çıkabilir.

$\log_2(8 \cdot 2^{x+2}) = 4x - 1 \Rightarrow 8 \cdot 2^{x+2} = 2^{4x-1}$

$\Rightarrow 2^3 \cdot 2^{x+2} = 2^{4x-1}$

$\Rightarrow 2^{x+5} = 2^{4x-1}$

$\Rightarrow x + 5 = 4x - 1$

$\Rightarrow x = 2$

Hatırlatma:

$a^m = a^n \Rightarrow m = n$

BİR SORU DAHA

$\log_6(2^x \cdot 3^{2y}) = x$

olduğuna göre, y nin x cinsinden değerini bulunuz.

$2^x \cdot 3^{2y} = 6^x$

$\Rightarrow 2^x \cdot 3^{2y} = 2^x \cdot 3^x$

$\Rightarrow 3^{2y} = 3^x$

$\Rightarrow 2y = x \Rightarrow y = \frac{x}{2}$ dir.

1. $\log_3(27 \cdot 3^x) = 2x - 1$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\log_4(32 \cdot 2^{2x-1}) = 2x - 4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {2, 4} B) {4} C) {3, 6} D) {6} E) {4, 6}

3. $\log_7(5^{x-3}) = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\log_{15}(5^a \cdot 3^{3b}) = a$

olduğuna göre, a nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b}{3}$ B) $\frac{b}{2}$ C) b D) 2b E) 3b

C D C E

köşetaşı

$\log_3\sqrt{x+1}=1$

eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmanın tanımını kullandıktan sonra karşımıza köklü denklemler çıkabilir. Köklü denklemlerde genellikle her iki tarafın eşit dereceden kuvveti alınır.

$\log_3\sqrt{x+1}=1 \Rightarrow 3^1=\sqrt{x+1}$

$\Rightarrow 3^2=(\sqrt{x+1})^2$

$\Rightarrow 9=x+1$

$\Rightarrow x=8$

BİR SORU DAHA

$\log_{\sqrt{x-2}}4=2$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

Logaritmanın tanımından;

$(\sqrt{x-2})^2=4 \Rightarrow x-2=4$

$\Rightarrow x=6$

1. $\log_2\sqrt{x+4}=3$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

2. $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{6-x}=-1$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

3. $\log_{\sqrt{5}}\sqrt[3]{x^2-19}=2$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

4. $\log_{\sqrt{x+1}}(2x-5)=2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

D A E D

köşetaşı

$\log_3(\log_2(x+1))=1$

eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmanın tanımını kullandıktan sonra karşımıza yine bir logaritmik denklem çıkabilir. Bu durumda tekrar logaritmanın tanımı kullanılır.

$\log_3(\log_2(x+1))=1 \Rightarrow \log_2(x+1)=3^1$

$\Rightarrow x+1=2^3$

$\Rightarrow x+1=8$

$\Rightarrow x=7$

BİR SORU DAHA

$3^{\log_9(\log_2(\log_5 x))}=1$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

$3^{\log_9(\log_2(\log_5 x))}=3^0$

$\Rightarrow \log_9(\log_2(\log_5 x))=0$

$\Rightarrow \log_2(\log_5 x)=9^0=1$

$\Rightarrow \log_5 x=2^1$

$\Rightarrow x=5^2=25$

1. $\log_2(\log_3(x-2))=1$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $\log_5(25\cdot\log_3(x+3))=3$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 60 B) 90 C) 120 D) 180 E) 240

3. $\log_3(25+\log_7(22+x))=3$

olduğuna göre, $\log_3 x$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\log_3(3\cdot\log_4(4\cdot\log_5(5x))=1$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

E E C A

köşetaşı

$\log_4(x^2 + 3x) = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmanın tanımını uyguladıktan sonra karşımıza ikinci dereceden denklem çıkabilir.

$\log_4(x^2 + 3x) = 1 \Rightarrow x^2 + 3x = 4^1$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Rightarrow (x + 4)(x - 1) = 0$

$\Rightarrow x = -4$ veya $x = 1$

$\Rightarrow$ Çözüm kümesi = $\{-4, 1\}$

BİR SORU DAHA

$\log_{(x-2)}(2x - 4) = 2$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$(x - 2)^2 = 2x - 4$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 2x - 4$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Rightarrow (x - 4)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow x = 4$ veya $x = 2$

$x = 2$ logaritma fonksiyonunu tanımsız yaptığından çözüm kümesi = $\{4\}$ olur.

1. $\log_2(x^2 - x) = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2, 1\}$ B) $\{2\}$ C) $\{2, 1\}$ D) $\{-1\}$ E) $\{2, -1\}$

2. $\log_5(x^2 + 5x + 19) = 2$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) −6 B) −5 C) −2 D) 5 E) 6

3. $\log_3(x^2 - 9) = 3$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) −3 B) −1 C) 0 D) 1 E) 3

4. $\log_2(x^2 - 2xy + y^2) = 2$ ve $\log_4(x^2 + 2xy + y^2) = 2$

olduğuna göre, x·y kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

E | A | C | A

köşetaşı

1) $\log_3 x + \log_3 5 = 2$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

2) $\log_6(x - 2) + \log_6(x - 1)$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmanın çarpma özelliğini kullanarak logaritmik denklemleri logaritmanın tanımını uygulayacak şekle dönüştürürüz.

1) $\log_3 x + \log_3 5 = 2 \Rightarrow \log_3(x \cdot 5) = 2$

$\Rightarrow x \cdot 5 = 3^2$

$\Rightarrow x \cdot 5 = 9$

$\Rightarrow x = \frac{9}{5}$

2) $\log_6(x - 2) + \log_6(x - 1) = 1 \Rightarrow \log_6(x - 2)(x - 1) = 1$

$\Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 6^1$

$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 6$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$\Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 4$ veya $x = -1$

$x = -1$ için $\log_6(x - 2)$ ve $\log_6(x - 1)$ fonksiyonları tanımsız olduğundan −1 kök olamaz.

Çözüm kümesi = $\{4\}$ olur.

NOT

Logaritmik denklemlerde bulduğumuz x değerinin logaritma fonksiyonunu tanımsız yapmadığına dikkat etmeliyiz.

1. $\log_5 x + \log_5 3 = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 5 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) 7 E) $\frac{25}{3}$

2. $\frac{1}{\log_x 3} + \frac{1}{\log_6 3} = 3$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

3. $\log_{14}(x - 3) + \log_{14}(x + 2) = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{5, 4\}$ B) $\{5, -4\}$ C) $\{-5, 4\}$ D) $\{5\}$ E) $\{4\}$

4. $\log_3 x + \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{27} x^2 = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

E | D | D | C

köşetaşı

$\log_2(x+1) - \log_2(2x-1) = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmanın bölme özelliğini kullanarak logaritmik denklemleri logaritmanın tanımını uygulayacağımız şekle dönüştürürüz.

$$\log_2(x+1) - \log_2(2x-1) = 1 \Rightarrow \log_2\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{2x-1} = 2^1$$

$$\Rightarrow x + 1 = 4x - 2$$

$$\Rightarrow x = 1$$

BİR SORU DAHA

$\log 2 - \log x - \log(x-1) = 0$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

$$\log \frac{2}{x\cdot(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x\cdot(x-1)} = 10^0 = 1$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-1) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -1$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

1. $\log_3(5x-1) - \log_3(x-5) = 2$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

2. $\log(x+1) - \log(x-1) = 1$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{11}$ B) 1 C) $\frac{10}{9}$ D) $\frac{11}{9}$ E) $\frac{13}{9}$

3. $\ln 3 - \ln(x+2) = 1$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1-e}{2}$ B) $\frac{2+e}{e}$ C) $\frac{2-e}{e}$ D) $\frac{3-2e}{2}$ E) $\frac{3-2e}{e}$

4. $\log_2\sqrt{x+5} - \log_2\sqrt{x-2} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{37}{15}$ B) 3 C) $\frac{11}{3}$ D) 4 E) $\frac{13}{3}$

karekök

D D E A

köşetaşı

$\log_3 x = \log_{\frac{1}{3}} y$

olduğuna göre, log(x·y) ifadesinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Tabanları benzer olan logaritmik ifadelerin tabanlarını eşit hale getirerek logaritmik denklemleri çözebiliriz.

$$\log_3 x = \log_{\frac{1}{3}} y \Rightarrow \log_3 x = \log_{3^{-1}} y$$

$$\Rightarrow \log_3 x = -\log_3 y$$

$$\Rightarrow \log_3 x = \log_3 y^{-1}$$

$$\Rightarrow x = y^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow x\cdot y = 1$$

$\log(xy) = \log 1 = 0$ olur.

BİR SORU DAHA

$\log_5 x = \log_{\frac{1}{25}} y$

olduğuna göre, $\log_y x$ kaçtır?

$$\log_5 x = \log_{5^{-2}} y \Rightarrow$$

$$\log_5 x = -\frac{1}{2}\cdot \log_5 y \Rightarrow$$

$$\frac{\log_5 x}{\log_5 y} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\log_y x = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

1. $\log_2 x = 3 + \log_2 y$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

2. $\log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} y$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_{20}(x\cdot y)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

3. $\log_2 x = \log_8 y$

olduğuna göre, $\log_x y$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

4. $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{\log_5 3}$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_{\frac{1}{5}} x$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 5

karekök

C A E C

köşetaşı

$4^x + 2^x - 12 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Dönüşüm uygulanarak ikinci dereceden bir denklem elde edilebilir.

$4^x + 2^x - 12 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 12 = 0$ ($2^x = t$ olsun)

$\Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t + 4)(t - 3) = 0$

$\Rightarrow t = -4$ veya $t = 3$ tür.

$\Rightarrow t = 2^x = -4 \Rightarrow x = \log_2(-4)$ tanımlı değildir.

$\Rightarrow t = 2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2 3$ ve Ç.K. = $\{\log_2 3\}$ olur.

BİR SORU DAHA

$8^x - 2\cdot 4^x + 2^x = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$2^x = t$ olsun.

$t^3 - 2t^2 + t = 0$

$\Rightarrow t(t^2 - 2t + 1) = 0$

$\Rightarrow t = 0$ *veya* $t = 1$

$\Rightarrow 2^x = 0$ *veya* $2^x = 1$

$\Rightarrow x = 0$ *olur.*

$\Rightarrow$ *Ç.K. = {0}*

1. $25^x - 5^x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1} B) {1, 5} C) {0} D) {0, 1} E) {0, 5}

2. $3^x - (\sqrt{3})^x - 6 = 0$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $9^x - 4\cdot 3^x - 5 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1, 0} B) $\{1, \log_3 4\}$ C) $\{0, \log_3 5\}$ D) $\{\log_3 5\}$ E) {–1}

4. $16^x + 4^x - 12 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\log_2 5\}$ B) $\{1, \log_2 3\}$ C) $\{\log_2 5\}$ D) $\{\log_2 6\}$ E) $\{\log_4 3\}$

karekök

C E D E

köşetaşı

$\log_3 x - \log_x 9 = 1$

denkleminin kökler çarpımını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında logaritmalı fonksiyonlarla oluşturulmuş logaritmik denklemi ikinci dereceden denkleme çevirerek çözümünü yapacağız.

$\log_3 x - \log_x 3^2 = 1 \Rightarrow \log_3 x - 2\cdot\log_x 3 = 1$

$\Rightarrow \log_3 x - 2\cdot\frac{1}{\log_3 x} = 1$ ($\log_3 x = t$ olsun)

$\Rightarrow t - \frac{2}{t} = 1 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$

$\Rightarrow (t - 2)(t + 1) = 0 \Rightarrow t = 2$ veya $t = -1$ dir.

$t = \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 3^2 = 9$ olur.

$t = \log_3 x = -1 \Rightarrow x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ olur.

Kökler çarpımı $9\cdot\frac{1}{3} = 3$ bulunur.

BİR SORU DAHA

$\log^2 x + \log x^3 - 4 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$\log^2 x = (\log x)^2$ dir.

$(\log x)^2 + 3\cdot\log x - 4 = 0$

$\Rightarrow (\log x + 4)(\log x - 1) = 0$

$\Rightarrow \log x = -4$ *veya* $\log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^{-4}$ *veya* $x = 10^1$

$\Rightarrow$ *Ç.K. =* $\{10^{-4}, 10\}$

1. $\log x - \log_x 10^5 = -4$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 10^{-4} B) 10^{-3} C) 10^{-2} D) 10^{-1} E) 0

2. $\log^2 x = \log x^2 + 3$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 10 C) 10^2 D) 10^3 E) 10^4

3. $\log_2 x - \log_x 8 = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{2}, 4\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{2}, 8\right\}$ D) {2, 8} E) {4, 8}

4. $(\ln x)^2 - \ln x^3 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

karekök

A C C E

köşetaşı

$2^{\log_5 x} + 2^{1-\log_5 x} = 3$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmik fonksiyonların üs halinde olduğu logaritmik denklemleri ikinci dereceden denklemlere çevirerek çözümünü yapabiliriz.

$2^{\log_5 x} + 2^{1-\log_5 x} = 3 \Rightarrow 2^{\log_5 x} + \frac{2}{2^{\log_5 x}} = 3$ ($2^{\log_5 x} = t$ olsun)

$\Rightarrow t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$

$\Rightarrow (t-2)(t-1) = 0$

$\Rightarrow t = 2^{\log_5 x} = 2$ veya $t = 2^{\log_5 x} = 1$

$\Rightarrow \log_5 x = 1$ veya $\log_5 x = 0$

$\Rightarrow x = 5^1$ veya $x = 5^0 = 1$

$\Rightarrow$ Ç.K. = {5, 1} olur.

BİR SORU DAHA

$x^{\ln 3} = 90 - 3^{2+\ln x}$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

$x^{\ln 3} = 3^{\ln x}$ olduğundan

$3^{\ln x} = 90 - 3^2 \cdot 3^{\ln x} \Rightarrow$

$3^{\ln x} + 9 \cdot 3^{\ln x} = 90 \Rightarrow$

$10 \cdot 3^{\ln x} = 90 \Rightarrow$

$3^{\ln x} = 9 = 3^2 \Rightarrow$

$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$ olur.

1. $3^{\log_2 x} = 9$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $4^{\log_3 x} - 2^{\log_3 x} = 12$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 9

3. $4^{\ln x} + 4^{1-\ln x} = 5$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) e D) e^2 E) e^3

4. $3^{\ln\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)} = 1$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

D E C B

köşetaşı

1) $x^{\ln x} = e^3$ **eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımını bulunuz.**

2) $x^{\log_3 x} = 9x$ **denkleminin çözüm kümesini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Logaritma fonksiyonu bir bilinmeyenin kuvveti ise yapmamız gereken en önemli hamle üs durumunda bulunan logaritma fonksiyonunu tabana indirmektir.

Bunu yapabilmek için ise verilen denklemde her iki tarafın logaritmasını almalıyız.

1) $x^{\ln x} = e^3$ ifadesinde her iki tarafın e tabanına göre logaritmasını alalım.

$\ln(x^{\ln x}) = \ln(e^3) \Rightarrow \ln x \cdot \ln x = 3 \cdot \ln e \Rightarrow (\ln x)^2 = 3$

$\Rightarrow \ln x = \sqrt{3}$ veya $\ln x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = e^{\sqrt{3}}$ veya $x = e^{-\sqrt{3}}$ tür.

$\Rightarrow$ Kökler çarpımı $e^{\sqrt{3}} \cdot e^{-\sqrt{3}} = e^0 = 1$ olur.

2) $x^{\log_3 x} = 9x$ ifadesinde her iki tarafın 3 tabanına göre logaritmasını alalım.

$\log_3(x^{\log_3 x}) = \log_3(9x) \Rightarrow \log_3 x \cdot \log_3 x = \log_3 9 + \log_3 x$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 = 2 + \log_3 x$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$ ($\log_3 x = t$ olsun)

$\Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$

$\Rightarrow t = \log_3 x = 2$ veya $t = \log_3 x = -1$ dir.

$\Rightarrow x = 3^2 = 9$ veya $x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ olur.

$\Rightarrow$ Ç.K. $= \left\{9, \frac{1}{3}\right\}$ bulunur.

1. $x^{\ln x} = e^9$

denkleminin kökler çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

2. $x^{\log_5 x} = 25^2$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}$ B) 1 C) 5 D) 25 E) 125

3. $x^{\ln x} = \frac{x^2}{e}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{e}, e\right\}$ B) {1, e} C) {e} D) $\left\{\frac{1}{e}, 1\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{e}\right\}$

4. $x^{\ln x + 1} = e^2$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-3} B) e^{-2} C) e^{-1} D) 1 E) e^2

karekök

B D C B

köşetaşı

$\log_4 25 + \log_2(a - 2) < 3$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Logaritmalı eşitsizlik sorularında;

i) Logaritma fonksiyonunun tanım kümesi incelenir.

ii) Eşitsizlik içerisinde verilen sayılar logaritmik olarak ifade edilir.

iii) $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ şekline getirilen eşitsizlikte,

$a > 1$ ise $f(x) < g(x)$ (a > 1 ise eşitsizlik yön değiştirmez.)

$0 < a < 1$ ise $f(x) > g(x)$ (0 < a < 1 ise eşitsizlik yön değiştirir.)

ifadelerine dikkat edilerek en geniş çözüm aralığı bulunur.

Buna göre,

$\log_4 25 + \log_2(a - 2) < 3$ eşitsizliğinin;

i) Tanım kümesi $a - 2 > 0 \Rightarrow a > 2$ dir.

ii) $\log_4 25 + \log_2(a - 2) < 3 \Rightarrow \log_{2^2} 5^2 + \log_2(a - 2) < \log_2 8$

$\Rightarrow \frac{2}{2} \cdot \log_2 5 + \log_2(a - 2) < \log_2 8$

$\Rightarrow \log_2(5 \cdot (a - 2)) < \log_2 8$

iii) $\log_2(5a - 10) < \log_2 8$ eşitsizliğinde $2 > 0$ ise $5a - 10 < 8 \Rightarrow a < \frac{18}{5}$

$a > 2$ ve $a < \frac{18}{5} \Rightarrow 2 < a < \frac{18}{5}$ olur. Ç.K. $= \left(2, \frac{18}{5}\right)$ bulunur.

BİR SORU DAHA

$\log_3(4 - a) < \log_3(a + 2)$

eşitsizliğini sağlayan a tam sayılarının toplamını bulunuz.

$4 - a > 0 \Rightarrow a < 4$

$a + 2 > 0 \Rightarrow a > -2$

$3 > 0$ olduğundan

$4 - a < a + 2 \Rightarrow 2 < 2a$

$\Rightarrow 1 < a$

$a < 4$ ve $1 < a$ eşitsizliklerini sağlayan a tam sayıları 2 ve 3 tür.

$2 + 3 = 5$ olur.

1. $\log_2(x - 1) \le 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

2. $\log_3 2 + \log_3(x - 3) < 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3, 5) B) $\left(3, \frac{7}{2}\right)$ C) (3, 3)

D) [3, 5) E) $\left[3, \frac{7}{2}\right)$

3. $2 < \log_2(x - 7) < 4$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. $\log_9 49 + \log_3(2 - x) < 1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

karekök

C	B	D	A

köşetaşı

1) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -2$ eşitsizliğinde

i) Tanım kümesi, $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ dir.

ii) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$

iii) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$ eşitsizliğinde

$0 < \frac{1}{2} < 1$ olduğundan $x - 1 < 4 \Rightarrow x < 5$ tir.

$x > 1$ ve $x < 5$ ise $1 < x < 5$ olur. Ç.K. = (1, 5) bulunur.

BİR SORU DAHA

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(x - 1)) > -1$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Tanım kümesi için;

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ ve

$\log_2(x - 1) > 0 \Rightarrow x - 1 > 1 \Rightarrow x > 2$ olur.

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(x - 1)) > -1 \Rightarrow$

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(x - 1)) > \log_{\frac{1}{3}} 3 \Rightarrow$

$\log_2(x - 1) < 3 \Rightarrow x - 1 < 8 \Rightarrow x < 9$

$x > 2$ ve $x < 9$ ise Ç.K. = (2, 9) olur.

1. $\log_{\frac{1}{5}}(x + 1) > -1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $\log_{\frac{1}{4}} 9 + \log_{\frac{1}{2}}(2x - 6) > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(3, \frac{19}{6}\right)$ B) (3, 4) C) $\left(3, \frac{25}{6}\right)$

D) [3, 4) E) [3, 5)

3. $-3 < \log_{\frac{1}{3}}(x - 2) \le -2$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

4. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(x - 1)) > -1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

karekök

C	A	C	E

TARAMA TESTİ

1. $\log_3(3x-6)=2$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $\log_5(25\cdot25^x)=3x-3$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\log_{\sqrt{x-3}}3=2$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\log(\ln(x+1))=1$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{10}-2$ B) $e^{10}-1$ C) e^{10} D) $e^{10}+1$ E) $e^{10}+2$

5. $\log_{(x-2)}16=2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2, 6\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{6\}$ D) $\varnothing$ E) R

6. $\log_x3+\log_{x^2}16=2$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) 2

karekök

7. $\log_2(4x)-\log_2x=2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2, 4\}$ B) $\{1, 2, 3, 4\}$ C) R D) R^+ E) R^-

8. $\log_2x^2=\log_{\frac{1}{2}}y$

olduğuna göre, $\log_x(x\cdot y)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $25^x-2\cdot5^{x+1}+25=0$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

10. $\ln x+\log_xe^2=3$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) 1 B) e C) e^2 D) e^3 E) e^4

11. $2^{\log_3x}=8^2$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^3 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

12. $x^{\log_3x}=27$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

karekök

13. $\log_32+\log_3(x-2)<2$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

14. $-2\le\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\le-1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 C 2 C 3 E 4 B 5 C 6 C 7 D 8 B 9 A 10 D 11 D 12 B 13 D 14 C

KONU TESTİ - 1

1. $2^x = 5$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hagisidir?

A) $\log_2 5$ B) $\log_2 10$ C) $\log_5 2$
D) $\log_5 10$ E) $\log 5$

2. $e^{3x} = 5$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hagisidir?

A) $3\ln 5$ B) $2\ln 5$ C) $\ln 5$
D) $\frac{\ln 5}{2}$ E) $\frac{\ln 5}{3}$

3. $5^{x+1} - 5^x = 12$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hagisidir?

A) $\log_5 12$ B) $\log_{12} 5$ C) $\log_5 3$
D) $\log_3 5$ E) $\log_5 10$

4. $e^{2x} - 3 \cdot e^x = -2$

denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln2 B) ln3 C) ln4
D) ln5 E) ln6

5. $\log_2 3 + \log_2(a - 1) = 3$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{14}{3}$ B) $\frac{11}{3}$ C) 3 D) $\frac{7}{3}$ E) 2

6. $3 \cdot \log_2 x = \log_2 \frac{81}{x}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $\log_2 x = \log_x 2$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

8. $\ln(6 - e^x) = 2x$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) ln6 B) ln5 C) ln4
D) ln3 E) ln2

karekök

9. $\log_3(x + 4) - \log_3 x = 1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $2\log x = \log(x^2 - 3x + 12)$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\log(a - 2) = \log a - \log 2$

denklemini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. $(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 = 8$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1, 3\}$ B) $\{3^{-1}, 3^2\}$ C) $\{3^{-2}, 3^2\}$
D) $\{3^{-4}, 3^2\}$ E) $\{9\}$

13. $\ln\sqrt{x} + \ln x + \ln x^2 = 14$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e B) e^2 C) e^3 D) e^4 E) e^5

14. $x^{\log x} = 1000$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $10^{\frac{1}{2}}$ B) $10^{\frac{1}{3}}$ C) $10^{\sqrt{3}}$ D) $10^{\sqrt{2}}$ E) 10

15. $\log_{\frac{1}{2}}(3x) < \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(0, 2)$
D) $(2, \infty)$ E) $(-2, 2)$

16. $0 \le \log_2(x - 1) < 3$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 2) B) (0, 7) C) (2, 7)
D) [2, 9) E) [2, +∞)

karekök

1 A 2 E 3 C 4 A 5 B 6 B 7 C 8 E 9 B 10 C 11 B 12 D 13 D 14 C 15 D 16 D

1. $2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5$ olur.

Yanıt A

2. $e^{3x} = 5 \Rightarrow 3x = \log_e 5 = \ln 5$ olur.

$\Rightarrow x = \dfrac{\ln 5}{3}$ olur.

Yanıt E

3. $5^{x+1} - 5^x = 12 \Rightarrow 5^x \cdot 5 - 5^x = 12$

$\Rightarrow 5^x(5-1) = 12$

$\Rightarrow 5^x = 3 \Rightarrow x = \log_5 3$ olur.

Yanıt C

4. $e^{2x} - 3\cdot e^x = -2 \Rightarrow (e^x)^2 - 3\cdot e^x + 2 = 0$

$\Rightarrow (e^x - 2)(e^x - 1) = 0$

$\Rightarrow e^x = 2$ veya $e^x = 1$ dir.

$\Rightarrow x = \ln 2$ veya $x = 0$ dir.

$\Rightarrow \ln 2 + 0 = \ln 2$ olur.

Yanıt A

5. $\log_2 3 + \log_2(a-1) = 3 \Rightarrow \log_2(3\cdot(a-1)) = \log_2 8$

$\Rightarrow 3\cdot(a-1) = 8$

$\Rightarrow 3a - 3 = 8$

$\Rightarrow a = \dfrac{11}{3}$ olur.

Yanıt B

6. $3\cdot\log_2 x = \log_2 \dfrac{81}{x} \Rightarrow \log_2 x^3 = \log_2 \dfrac{81}{x}$

$\Rightarrow x^3 = \dfrac{81}{x}$

$\Rightarrow x^4 = 81 \Rightarrow x = 3$ olur.

Yanıt B

7. $\log_2 x = \log_x 2 \Rightarrow \log_2 x = \dfrac{1}{\log_2 x}$

$\Rightarrow (\log_2 x)^2 = 1$

$\Rightarrow \log_2 x = 1$ veya $\log_2 x = -1$

$\Rightarrow x = 2^1$ veya $x = 2^{-1}$

$\Rightarrow 2^1 \cdot 2^{-1} = 2^0 = 1$ olur.

Yanıt C

8. $\ln(6 - e^x) = 2x \Rightarrow e^{2x} = 6 - e^x$

$\Rightarrow e^{2x} + e^x - 6 = 0$

$\Rightarrow (e^x + 3)(e^x - 2) = 0$

$\Rightarrow e^x = -3$ veya $e^x = 2$

$\Rightarrow e^x = -3$ olamaz, $e^x = 2$ dir.

$\Rightarrow x = \ln 2$ olur.

Yanıt E

9. $\log_3(x+4) - \log_3 x = 1 \Rightarrow \log_3 \dfrac{x+4}{x} = \log_3 3$

$\Rightarrow \dfrac{x+4}{x} = 3$

$\Rightarrow x + 4 = 3x$

$\Rightarrow x = 2$ olur.

Yanıt B

10. $2\log x = \log(x^2 - 3x + 12)$

$\Rightarrow \log x^2 = \log(x^2 - 3x + 12)$

$\Rightarrow x^2 = x^2 - 3x + 12$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = 4$ olur.

Yanıt C

11. $\log(a-2) = \log a - \log 2 \Rightarrow \log(a-2) = \log\left(\dfrac{a}{2}\right)$

$\Rightarrow a - 2 = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow 2a - 4 = a$

$\Rightarrow a = 4$ olur.

Yanıt B

12. $(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 = 8 \Rightarrow (\log_3 x)^2 + 2\cdot\log_3 x - 8 = 0$

$\Rightarrow (\log_3 x + 4)(\log_3 x - 2) = 0$

$\Rightarrow \log_3 x = -4$ veya $\log_3 x = 2$

$\Rightarrow x = 3^{-4}$ veya $x = 3^2$

$\Rightarrow$ Çözüm kümesi = $\{3^{-4}, 3^2\}$

Yanıt D

13. $\ln\sqrt{x} + \ln x + \ln x^2 = 14 \Rightarrow \dfrac{1}{2}\ln x + \ln x + 2\ln x = 14$

$\Rightarrow \ln x \cdot \left(\dfrac{1}{2} + 1 + 2\right) = 14$

$\Rightarrow \ln x \cdot \dfrac{7}{2} = 14$

$\Rightarrow \ln x = 4$

$\Rightarrow x = e^4$ olur.

Yanıt D

14. $x^{\log x} = 1000$ ifadesinde her iki tarafın logaritmasını alalım.

$x^{\log x} = 100 \Rightarrow \log(x^{\log x}) = \log(1000)$

$\Rightarrow \log x \cdot \log x = 3$

$\Rightarrow (\log x)^2 = 3$

$\Rightarrow \log x = \sqrt{3}$ veya $\log x = -\sqrt{3}$

$\Rightarrow x = 10^{\sqrt{3}}$ veya $x = 10^{-\sqrt{3}}$ tür.

Yanıt C

15. $\log_{\frac{1}{2}}(3x) < \log_{\frac{1}{2}}(x+4) \Rightarrow 3x > x + 4$

$\Rightarrow 2x > 4$

$\Rightarrow x > 2$

$\Rightarrow$ Ç.K. = $(2, \infty)$ olur.

Yanıt D

16. $0 \le \log_2(x-1) < 3 \Rightarrow \log_2 1 \le \log_2(x-1) < \log_2 8$

$\Rightarrow 1 \le x - 1 < 8$

$\Rightarrow 2 \le x < 9$

$\Rightarrow$ Çözüm kümesi $[2, 9)$ olur.

Yanıt D

karekök

1. $\log_5(x+2) = \log_5 3 + 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. $\log_3(x+3) < 2$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3. $e^x + 3 \cdot e^{-x} = 4$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

A) ln2 B) ln3 C) ln4 D) ln5 E) ln6

4. $\log(x-2) + 1 = \log 5$

denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

5. $\log_3(x+1) > -\log_3(x-1)$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \infty)$ B) $(\sqrt{2}, \infty)$ C) $(2, \infty)$ D) $(1, \sqrt{2})$ E) $(\sqrt{2}, 4)$

6. $\log_2(x+2) > \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? *(5. soruya çok benziyor fark ettin mi?)*

A) $(2, \infty)$ B) $(\sqrt{5}, \infty)$ C) $(-\infty, 2)$ D) $(-\infty, \sqrt{5})$ E) $(2, \sqrt{5})$

7. $\log_2 x - \log_2\left(\frac{4}{x}\right) = 4$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

8. $|\log x| < 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(10, \infty)$ B) $(-\infty, 10)$ C) $\left(\frac{1}{10}, \infty\right)$ D) $\left(\infty, \frac{1}{10}\right)$ E) $\left(\frac{1}{10}, 10\right)$

karekök

9. $\log_{(x+2)}(x^2+16) = 2$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\ln\sqrt[3]{x} + \ln\frac{1}{x^2} = -5$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) e D) e^2 E) e^3

11. $\frac{1}{-1+\ln x} + \frac{2}{1+\ln x} = 1$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) e^{-3} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^3

12. $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{\log_6 3}$

olduğuna göre, $\log_6 x$ değeri kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

13. $\log x + \log(x+3) = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {5, −2} B) {5} C) {−5, 2} D) {2} E) {5, 2}

14. $\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln x} = \frac{1}{e^9}$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

15. $3^x = 12^y$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_4 36$ B) $\log_{36} 4$ C) $\log_{12} 3$ D) $\log_3 12$ E) $\log_3 4$

16. $\log_2(\log_3(x+4)) < 1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

karekök

1 D 2 E 3 B 4 A 5 B 6 B 7 D 8 E 9 C 10 E 11 E 12 A 13 D 14 B 15 A 16 C

1. $\log_2 a = \log_{\frac{1}{2}} b$ olduğuna göre, $\log_{10}(a \, . \, b)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) 2 C) 1 D) –1 E) 0

(1980)

2. $\log x + 2\log\frac{1}{x} = \log 8 - 2\log x$ denkleminin çözümü nedir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(ÖSS 1988)

3. $\log x + \log(3x + 2) = 0$ denklemini sağlayan değer nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

(ÖYS 1989)

4. $\log_7(2x-7) - \log_7(x-2) = 0$ olduğuna göre, $\log_5 x$ in değeri nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1990)

5. $\log_3(9.3^{x+3}) = 3x+1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–1, 1} B) {0, 2} C) {0} D) {1} E) {2}

(ÖYS 1994)

6. $\frac{4\log_3 x}{\log_3 9} = \log_3 \frac{27}{x}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

(ÖYS 1995)

karekök

7. $\log_4 9 + \log_2(a - 3) < 4$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(ÖSS 2008 II)

8. $0 \le \log_2(x-5) \le 2$

eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(LYS 2010)

9. $\log_9(x^2 + 2x + 1) = t \quad (x > -1)$

olduğuna göre, x'in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^t - 1$ B) 3^{t-1} C) $3 - 2^t$ D) $2 \cdot 3^{t-1}$ E) $3^t - 2$

(LYS 2011)

karekök

1	E	2	D	3	B	4	B	5	E	6	C	7	C	8	C	9	A

KARMA TESTLER

KARMA TEST - 1

1. $\log_5 x = 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 25 D) 75 E) 125

2. $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) = -2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. $f(x) = \log_{(x-1)}(8-2x)$

fonksiyonunun tanım kümesindeki x tam sayıları kaç tanedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. f: (–2, ∞) → R olmak üzere,

$f(x) = \log_3(x+2)$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 3^x + 2$ B) $f^{-1}(x) = 3^x - 2$

C) $f^{-1}(x) = 2^x + 3$ D) $f^{-1}(x) = 2^x - 3$

E) $f^{-1}(x) = 2^{x+3}$

5. $2\log3 + \log2 + \log5$

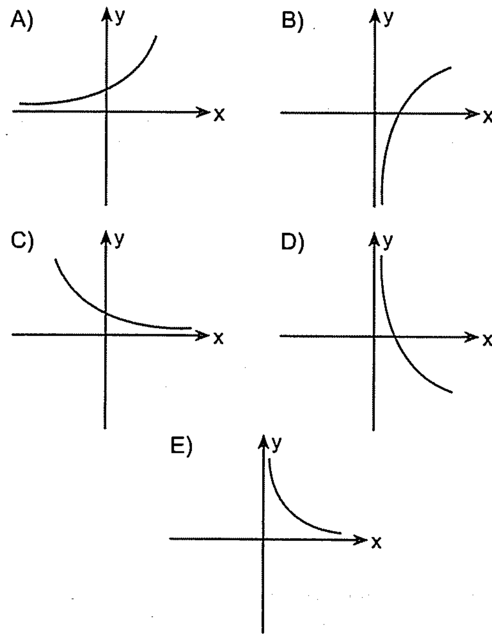
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) log50 B) log60 C) log70

D) log80 E) log90

6. $f(x) = \left(\frac{4}{7}\right)^x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



7. $\log_2[1 + \log_5(x+1)] = 1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\log_2 7 = a$

olduğuna göre, $\log_7 4$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{a}$ B) $\frac{3}{a}$ C) $\frac{2}{a}$ D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{4}$

karekök

9. $\log_2 x = a$

$\log_4 y = b$

olduğuna göre, $\log_x y$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{a}{b}$ C) $\frac{2b}{a}$ D) $\frac{b}{2a}$ E) $\frac{2a}{b}$

10. $x = \log_3 5,\ y = \log_4 40,\ z = \log_5 130$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) x < y < z B) y < x < z C) y < z < x

D) z < x < y E) x < z < y

11. $\log_5(x-2) < 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

12. $e^{2\ln3} + 10^{\log3}$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

13. $2^{\log x} = 5^{\log 2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 15

14. $\log_3(3x) = a$

$\log_9 x = b$

olduğuna göre, b nin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+1}{2}$ B) $\frac{2}{a+1}$ C) $\frac{a-1}{2}$

D) $\frac{2}{a-1}$ E) $\frac{a-2}{2}$

15. $\log_x y = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, $\frac{\log x + \log y}{\log y - \log x}$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $\log_5(x+3) > \log_{\frac{1}{5}}(x-3)$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, \sqrt{10})$ B) $(\sqrt{10}, \infty)$ C) $(3, \sqrt{10})$

D) $(3, \infty)$ E) $(-\infty, 3)$

karekök

1 E 2 D 3 B 4 B 5 E 6 C 7 D 8 C 9 C 10 A 11 D 12 E 13 B 14 C 15 D 16 B

1. $\log_3 x = a$

olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x}$ in a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2a$ B) $-a$ C) $-\frac{a}{2}$ D) $\frac{a}{2}$ E) $2a$

2. $\log_5 25! = x$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\log_5 24!$ ifadesinin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2$ B) $x - 2$ C) $x + 1$ D) $x - 1$ E) $2x$

3. $3^{\log_5 2} - 2^{\log_5 3}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

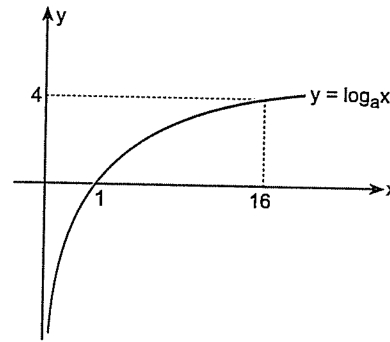
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\log_{xy} x = a$

olduğuna göre, $\log_x y$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1-a}{a}$ B) $\frac{1+a}{a}$ C) $\frac{a}{1-a}$ D) $\frac{a}{1-a}$ E) $\frac{a}{a+1}$

5.



Yukarıdaki şekilde $f(x) = \log_a x$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f(x) = 4 - \log_3(2 - x)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(2)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 1

7. $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{80} 81$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $\log_3 2 = x$ ve $\log_5 3 = y$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_6 10$ ifadesinin x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{xy+1}{xy+y}$ B) $\frac{xy-1}{xy+x}$ C) $\frac{xy+1}{xy-x}$ D) $\frac{xy+y}{xy-x}$ E) $\frac{xy-1}{xy-y}$

karekök

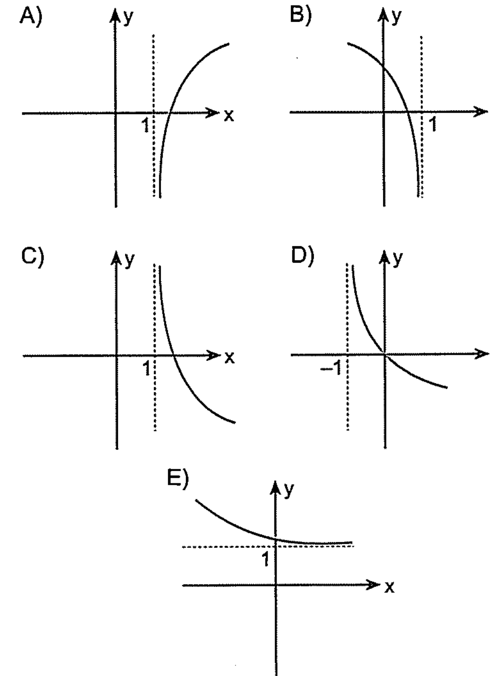
9. $\log_{xyz} xy + \log_{xyz} xz + \log_{xyz} yz$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x - 1)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $\log_2(x + 4) - \log_2(x - 2) = \log_2 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. $\ln x + \ln 2 = \ln(x + 2)$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $\ln x - \log x = \ln(ex)$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{e}$ C) 1 D) e E) 10

14. $\log(x \cdot y) = 3\log\frac{x}{y}$

olduğuna göre, $\log_y x$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

15. $\log(\tan x) = 0$

olduğuna göre, x in en küçük radyan ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

16. $\sqrt{\log^2 4 + \log 16 + 1}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) log4 B) 1 C) log16 D) log20 E) log40

karekök

1 C 2 B 3 C 4 A 5 D 6 A 7 C 8 A 9 E 10 C 11 B 12 B 13 A 14 D 15 B 16 E

KARMA TEST - 3

1. $\log_2 4 + \log_4 16 + \log_5 125$

toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $\log_{\sqrt{3}} 9 + \log_{\sqrt{7}} 7$

toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\log_2(x-3) = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

4. $\log_{40} 15 + \log_{40} 8 - \log_{40} 3$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

5. $\log_3(9^{x-1}) = 6$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $2^{\log_2 3} + 3^{\log_3 4} + 4^{\log_4 5}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. $\log_6(\log_4(\log_2 16))$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\log_3 5 = a$

olduğuna göre, $\log_{125} 81$ ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4a}{3}$ B) $\frac{2a}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{4a}$ E) $\frac{4}{3a}$

9. $\log 5 = a$ ve $x = \log 25000$

olduğuna göre, x in a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a + 2 B) 2a + 2 C) 2a + 3 D) 2a – 2 E) 2a – 3

karekök

10. $\ln 3x = m$

olduğuna göre, $\ln x^2$ nin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m + ln3 B) m – ln3 C) 2m + ln3 D) 2m – ln3 E) 2m – ln9

11. $f(x) = \log_3(3x-5)$

olduğuna göre, $f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\log_2 5 \cdot \log_5 8 = a$

olduğuna göre, $\log_3 \sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

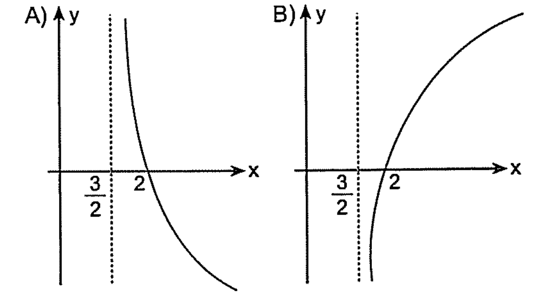
13. $\ln(1-x) - \ln 3 = 1$

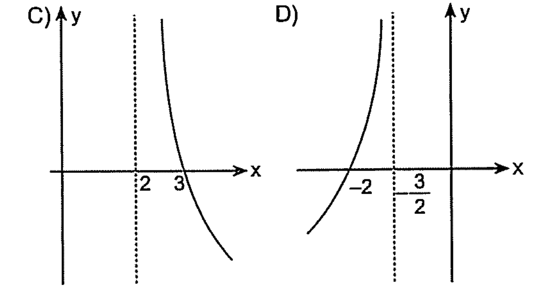
olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

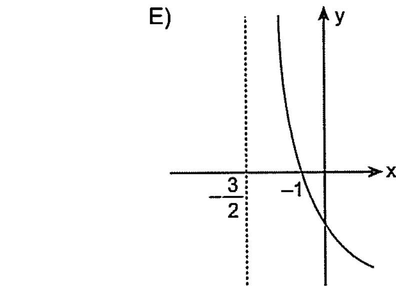
A) 1 – e B) 1 – 2e C) 1 – 3e D) 2e E) 3e

14. $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?







15. $f(x) = \log_{|x-3|}(6-x)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığında kaç farklı x doğal sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $\log_x(4x+5) = 2$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

karekök

1 C 2 E 3 D 4 C 5 A 6 E 7 A 8 E 9 C 10 E 11 B 12 A 13 C 14 A 15 C 16 A

KARMA TEST - 4

1. $\log_x y^2 \cdot \log_y z^2 \cdot \log_z x^2$

çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

2. $3^{\log_9 4}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $\log 1000 + \log 100 + \log 10 - \log(0,01)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\log_5(122 + \log_2(x - 4)) = 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5. $\log 3 = a$ ve $\log 4 = b$

olduğuna göre, log72 nin a ve b türünden değeri kaçtır?

A) $\frac{a+2b}{2}$ B) $\frac{a+3b}{2}$ C) $\frac{2a-3b}{2}$

D) $\frac{2a+3b}{2}$ E) $\frac{4a+3b}{2}$

6. $a = \log_4 27$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $0 < a < 1$ B) $1 < a < 2$ C) $2 < a < 3$

D) $3 < a < 4$ E) $4 < a < 5$

karekök

7. Uygun koşullarda,

$f(x) = \log_2 x$ ve $(fog)(x) = x + 1$

olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^x + 1$ B) $2^x - 1$ C) 2^{x+1}

D) 2^{x-1} E) $-1 - 2^x$

8. $(\log_3 x)^2 + \log_3 x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1} B) {3} C) {1, 3}

D) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ E) $\left\{1, \frac{1}{3}\right\}$

9. $\log x = 0,5$

olduğuna göre, log(1000x) değeri kaçtır?

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

10. $\frac{2}{\log a} = \frac{3}{\log b} = \frac{4}{\log c}$ ve $a \cdot b \cdot c = 100$

olduğuna göre, 3·logb ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. x bir reel sayı olmak üzere,

$\log(x + 2) < 0$

eşitsizliğini sağlayan x in <u>en geniş</u> değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–3, –2) B) (–2, –1) C) (–2, 0)

D) (–1, 0) E) (0, 2)

12. $\log_2(\sin x) = 0$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük pozitif açı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

13. $\log_a 4 = 5$

olduğuna göre, $\log_{16} a$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{5}{2}$

14. $\ln a + \ln b = 3$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 3e D) e^3 E) e^{-3}

karekök

15. $9^{\log_3 a} = a + 12$

eşitliğini sağlayan a reel sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $\log_8 7! = x$

olduğuna göre, $\log_8 8!$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x – 2 B) x – 1 C) x + 1

D) x + 2 E) x + 3

1 C 2 B 3 E 4 D 5 E 6 C 7 C 8 E 9 D 10 B 11 B 12 D 13 A 14 D 15 C 16 C

1. $\dfrac{\log_x(y\cdot z)}{\log_x z} = 3$

olduğuna göre, y ile z arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2z$　B) $y = -3z$　C) $y = z^2$　D) $y = z^3$　E) $y + z = 3$

2. **$f(x) = \log_{(11-x)}(x^2 - 8x + 7)$ fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?**

A) 8　B) 9　C) 14　D) 17　E) 20

3. $4^{\log_2(x-3)} + 81^{\log_3 2} = 20$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2　B) 3　C) 4　D) 5　E) 6

4. $\log(a\cdot b) = x$ ve $\log(b\sqrt{a}) = y$

logb nin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y$　B) $x - y$　C) $2x + 2y$　D) $2x - y$　E) $2y - x$

5. $\ln x - \dfrac{4}{\ln x} = 3$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) e^2　B) e^3　C) e^4　D) e^5　E) e^6

6. $\dfrac{1}{\log_3 x} + \dfrac{1}{\log_4 x} + \dfrac{1}{\log_5 x} - \dfrac{1}{\log_6 x} = 2$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3}$　B) $\sqrt{5}$　C) $2\sqrt{2}$　D) $\sqrt{10}$　E) $2\sqrt{3}$

7. $e^{\ln 2} + e^{\ln 3} + e^{\ln 4} + \ldots\ldots\ldots + e^{\ln 20}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 202　B) 204　C) 207　D) 209　E) 211

8. **log3,333 = x olduğuna göre,**

log33,33 + log333,3 + log3333

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x$　B) $3x$　C) $3x + 3$　D) $3x + 6$　E) $6x$

karekök

9.

y　3　$y = \log_a x$　1　6　x

Yukarıdaki şekilde $y = \log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\log_a 216$ kaçtır?

A) 7　B) 8　C) 9　D) 10　E) 11

10. $\log 2 = x$

olduğuna göre, log(0,8) sayısının x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - x$　B) $3 - x$　C) $1 - x^3$　D) $3x$　E) $3x - 1$

11. $2 < \log_3(x - 2) < 3$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 17　B) 16　C) 15　D) 14　E) 13

12. $f(x) = \log_3(2x - m)$

fonksiyonu için $f^{-1}(2) = 5$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -1　B) 0　C) 1　D) 2　E) 3

13. $\log_x 2 + \log_2 x = 3$

olduğuna göre, $(\log_2 x)^2 + (\log_x 2)^2$ toplamının değeri kaçtır?

A) 6　B) 7　C) 8　D) 9　E) 10

14. $\log_{\sqrt{e}}(e\cdot\sqrt[3]{e})$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 1　B) $\dfrac{4}{3}$　C) 2　D) $\dfrac{8}{3}$　E) 3

15. $\log_3(\log x) + \log_3(\log^2 x) = 3$

olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{10}} x$ kaçtır?

A) -3　B) -1　C) 1　D) 3　E) 5

16. $\log_6 8 = x$

olduğuna göre, $\log_3 4$ ün x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2+x}{3-x}$　B) $\dfrac{2-x}{3-x}$　C) $\dfrac{3+x}{2-x}$　D) $\dfrac{3x}{2-x}$　E) $\dfrac{2x}{3-x}$

1 C 2 D 3 D 4 E 5 B 6 D 7 D 8 D 9 C 10 E 11 A 12 C 13 B 14 D 15 A 16 E

İDEAL SINAV

Adı:
Soyadı:

Tarih: / /

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $f(x)=\ln\left(\frac{6-x}{x-1}\right)$

fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

Cevap:

2. $f(x)=e^{2x}+1$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Cevap:

3. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$

olduğuna göre, log144 ün a ve b türünden eşitini bulunuz.

Cevap:

4. $\log_3(3^x+8)=x+2$

eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Cevap:

5. $\frac{\ln 60}{\ln 15}-\frac{\log 4}{\log 3+\log 5}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Cevap:

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $f(x)=\log_{(x-3)}5$

fonksiyonunu tanımlı yapan en küçük iki tam sayının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

2. $2^{\log_4 8}$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

3. $f(x)=\log_2 x$

$(gof)(x)=x+4$

olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^x B) 2^x-4 C) 2^x+2 D) 2^x-2 E) 2^x+4

4. $\log_3 x+\log_3 y=4$

$\log_x 3\cdot\log_3 y=3$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 9 E) 12

5. $\left(1-\log_2\frac{1}{x}\right)\log_2 x=12$

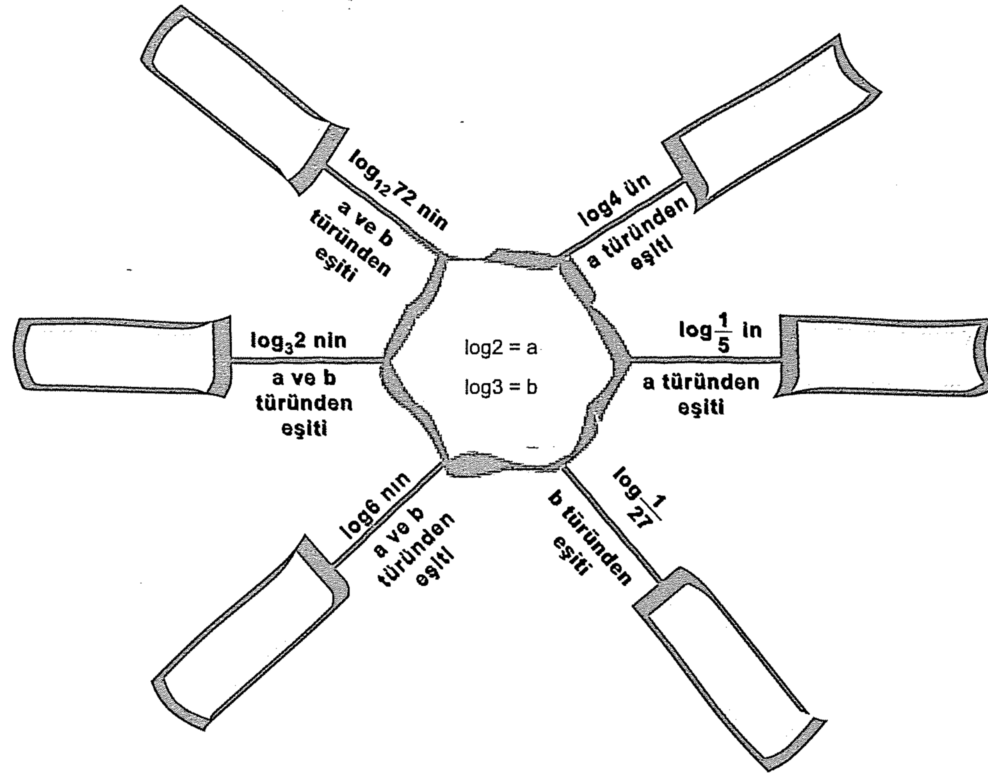
denklemini sağlayan x gerçel sayılarının çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. Aşağıdaki şekilde ortada verilen ifadelere göre, kollarındaki soruları cevaplandırıp uçlarındaki kutuya yazınız.



2. Aşağıda verilen x değerlerini fonksiyonlarda yerine yazarak tabloyu doldurunuz.

x / Fonksiyon	2	4	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$
$k(x) = \log_2 x$					
$a(x) = \log_x 2$					
$r(x) = \log_{\frac{1}{x}} 2$					
$h(x) = 4^{\log_x 3}$					

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 20 dk.

1. $\log_2 3 = x$ ise, 4^{x+1} in değeri
2. $\frac{1}{\log_2 e} + \frac{1}{\log e}$ toplamının değeri
3. $\log_3(x + 1) < 2$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı
4. $\log_3(3^{2x} + 2) = x + 1$ denkleminin kökler toplamı

- 28
- 36
- ln20
- $\log_3 2$

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Aşağıda verilen ifadelerin doğru veya yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

Önerilen süre: 15 dk.

	Doğru	Yanlış
1. $\log_4 100$ sayısının tam kısmı 2 dir.	☐	☐
2. $f(x) = 3^x$ fonksiyon eğrisinin y = x doğrusuna göre simetriği olan fonksiyon $y = \log_3 x$ tir.	☐	☐
3. $\frac{\log_5 7}{\log_5 3}$ ifadesinin eşiti $\log_3 7$ dir.	☐	☐
4. $\log_2(x + 3) \geq 1$ eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı –1 dir.	☐	☐

A) Kapalı uçlu soruların cevapları

1. $f(x)=\ln\left(\dfrac{6-x}{x-1}\right)$

fonksiyonun tanımlı olabilmesi için $\dfrac{6-x}{x-1}>0$ olmalıdır.

	$-\infty$	1		6	$+\infty$
$\dfrac{6-x}{x+1}$	$-$	o	$+$	o	$-$

Tanım kümesi (1, 6) olur.

2. $f(x)=e^{2x}+1 \Rightarrow y=e^{2x}+1$

$\Rightarrow y-1=e^{2x}$

$\Rightarrow \log_e(y-1)=2x$

$\Rightarrow x=\dfrac{\ln(y-1)}{2}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\dfrac{\ln(x-1)}{2}$ olur.

3. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$

$\log 144 = \log(2^4\cdot 3^2)$

$= \log 2^4 + \log 3^2$

$= 4\cdot\log 2 + 2\cdot\log 3 = 4a + 2b$ olur.

4. $\log_3(3^x+8)=x+2 \Rightarrow 3^{x+2}=3^x+8$

$\Rightarrow 3^x\cdot 9=3^x+8$

$\Rightarrow 3^x\cdot 9-3^x=8$

$\Rightarrow 8\cdot 3^x=8$

$\Rightarrow 3^x=1 \Rightarrow x=0$ olur.

5. $\dfrac{\ln 60}{\ln 15}-\dfrac{\log 4}{\log 3+\log 5}=\dfrac{\ln 60}{\ln 15}-\dfrac{\log 4}{\log 15}$

$=\log_{15}60-\log_{15}4$

$=\log_{15}\left(\dfrac{60}{4}\right)$

$=\log_{15}15=1$ olur.

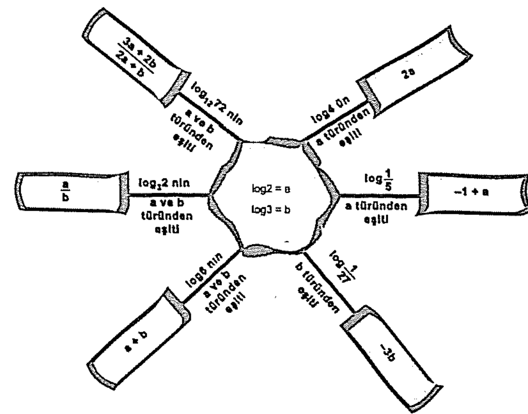
B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. B 2. C 3. E 4. B 5. B

karekök

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

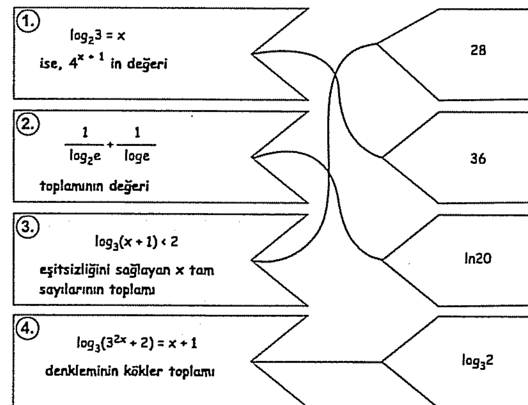
1.



2.

x / Fonksiyon	2	4	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$
$k(x)=\log_2 x$	1	2	3	−1	−4
$a(x)=\log_x 2$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	−1	$-\frac{1}{4}$
$r(x)=\log_{\frac{1}{x}} 2$	−1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{4}$
$h(x)=4^{\log_x 3}$	9	3	$\sqrt[3]{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

D) Doğru cevap ile eşleştirme



E) Doğru veya yanlış testi cevapları

1Y 2D 3D 4D

Kuşbakışı

Logaritmanın Tanımı

a ve b pozitif iki sayı olmak üzere $a^n = b$ eşitliğine uyan "n" sayılarına "b" sayısının "a" tabanına göre logaritması denir.

$a^n = b \Rightarrow \log_a b = n$ yazılışında a tabanında b'nin logaritması n olmaktadır.

Bayağı Logaritma

Tabanı 10 olan logaritmaya "bayağı logoritma" denir.

$\log_{10}x = \log x$ şeklinde gösterilir.

Doğal Logaritma

Tabanı e olan logaritmaya "doğal logaritma" denir.

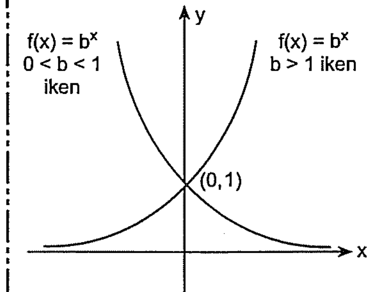
$\log_e x = \ln x$ şeklinde gösterilir.

Logaritma Fonksiyonunun Tanım Kümesi

$f(x) = \log_{u(x)} h(x)$ fonksiyonunun tanımlı olması için

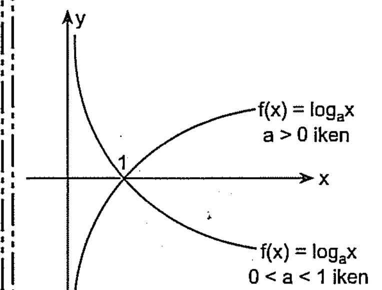
$u(x) > 0$, $u(x) \neq 1$ ve $h(x) > 0$ olmalıdır.

Üstel fonksiyonun grafiği



Üstel fonksiyonların grafikleri genel olarak yukarıda verilen eğrilerdir. Grafiğin hangisi olduğunuda üstel fonksiyonun tabanı belirler.

Logaritma Fonksiyonun Grafiği



$\log_a x$ fonksiyonunda $a > 0$ iken fonksiyon artandır, $0 < a < 1$ iken fonksiyon azalandır.

Kuşbakışı

Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri

- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \cdot \log_a b$
- $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$
- $a^{\log_a x} = x$
- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Üslü Denklemler

- $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$
- $a^{f(x)} = b \Rightarrow f(x) = \log_a b$

Logaritmik Denklemler

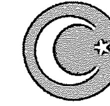
$a \neq 1$, $a > 0$ olmak üzere a tabanında logaritmik denklem

- $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

Logaritmik Eşitsizlikler

$\log_a f(x) < \log_a g(x)$ eşitsizliğinde

- $a > 1$ ise $f(x) < g(x)$
- $0 < a < 1$ ise $f(x) > g(x)$



T.C.
TÜRK PATENT ENSTİTÜSÜ

MARKA TESCİL BELGESİ

Marka No : 2004 10926
Çeşidi : Hizmet

KAREKÖK



MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Marka Sahibi	: KAREKÖK EĞİTİM BASIM YAYIN TURİZM TİCARET LİMİTED ŞİRKETİ
Tabiyeti	: TÜRKİYE CUMHURİYETİ
Adresi	: Misbah Muhayyeş Sk. No.3 Kadıköy / İSTANBUL
Emtiası	: 41

Eğitim öğretim hizmetleri, dergi, kitap, gazete vb. yayınlama hizmetleri.

Markaların Korunması Hakkında 556 Sayılı Kanun Hükmünde kararnameye göre 20/04/2004 tarihinden itibaren ON YIL müddetle tescil edilmiştir.

Kutay KUMBASAR
Enstitü Başkanı a.
Markalar Dairesi Başkanı

TÜRK PATENT ENSTİTÜSÜ